

## Área Temática: Finanças

### Análise e avaliação de custos de instrumentos de renda fixa e derivativos como estratégias de ALM para três horizontes de tempo: Uma aplicação em Previdência Complementar

#### AUTORES

**GRAZIELLA LAGE LAUREANO**

Fundação Getúlio Vargas  
graziellalage@gmail.com

**AURELIANO ANGEL BRESSAN**

Universidade Federal de Minas Gerais  
bressan@face.ufmg.br

**Resumo:** O estudo analisa sistemas de imunização de carteiras de renda fixa quanto ao risco de taxa de juros e, através da comparação empírica de ajustes via duração e hedge com futuros de DI, procura oferecer uma alternativa ao problema de rebalanceamentos constantes que ocorre com a *Duration*. O estudo simula um plano de previdência complementar de uma entidade fechada, construindo um fluxo de caixa hipotético contendo valores esperados de contribuições e pagamentos, de acordo com suas prováveis datas e, a partir dele, detecta qual entre os métodos citados, é o mais eficiente para as imunizações a curto, médio e longo prazos, levando em conta custos operacionais e de aquisição de instrumentos financeiros em rebalanceamentos. Os resultados obtidos indicam que, no curto prazo (6 meses), em que não há rebalanceamentos, a estratégia de duração se mostra mais interessante que a de *hedge* com DI, mas a médio e longo prazo (de 1 e 3 anos), a segunda se mostra indiscutivelmente melhor que a primeira, especialmente a prazos mais longos em que o custo das negociações de LFT e DI-1 são comparados ao custo de vários rebalanceamentos.

**Palavras-Chave:** Comparação de imunizações, Duração, Futuros de Taxas de Juros.

**Abstract:** This study analyzes immunization systems of fixed income portfolios regarding interest rate risk and, through an empirical comparison of adjustments via Duration and interest futures hedging (DI-1), intends to offer an alternative solution to the sequential rebalancing problems that occur with *Duration*. The study simulates a private pension fund plan, generating a hypothetical cash flow containing expected values of contributions and payments in accordance with the expected dates and, from those simulations, detects which, in the analyzed methods, is the most efficient one for short, medium and long-term immunizations, considering operational costs derived from the acquisition of the related financial instruments. The results indicate that, in the short term (6 months), when there are no rebalancing operations, the Duration-based strategy is more interesting than the interest futures hedge, though in the medium and long terms (1 and 3 years), the second strategy is incontestably better than the first, especially for longer horizons, when the negotiation costs of LFT's and DI-1's are compared with the costs of several rebalancing operations.

**Keywords:** Immunizations Comparison, Duration, Interest Rate Futures.

## 1 - INTRODUÇÃO

Atualmente, uma forte tendência do cenário econômico é a ocorrência de significativas alterações de preços de ativos devido a oscilações inesperadas nas taxas de juros praticados no mercado, criando um problema relevante: o aumento no risco de aplicações de modo geral. Tais mudanças de cenários podem causar problemas ainda mais graves à medida que os retornos obtidos no mercado financeiro não apenas deixam de ser altos, mas passam a ser insuficientes no cumprimento de obrigações vinculadas aos mesmos.

Nesse sentido, estudos que revelam boas metodologias de proteção de carteiras, ganham, a cada dia, mais relevância, atraindo atenção de muitos gestores, especialmente dos que trabalham em instituições que possuem obrigações ligadas diretamente aos retornos de seus investimentos.

Dentro desse grupo, se encaixam as Entidades de Previdência Complementar –EFPC – foco central, mas não único, desse trabalho. Também chamadas de fundos de pensão, as EFPCs tenderão, como forma de amenizar os ganhos menores em uma expectativa de curto prazo, a colocar em suas carteiras mais títulos de renda fixa de crédito privado e papéis pré-fixados, considerados mais arriscados do que os títulos públicos pós-fixados, dominantes na maioria das carteiras. Essa mudança será necessária para que se busque a manutenção do elevado nível de ganhos ocorrido no ano de 2005, reflexo de uma combinação de juros e ações em alta. Portanto a expectativa de queda nas taxas de juros a longo prazo e a conseqüente diminuição dos retornos médios das aplicações faz com que os fundos tenham que ou arriscar mais, ou se contentar com ganhos menores.

Este ambiente instável desperta a necessidade da utilização de sistemas de proteção e imunização de carteiras, sobretudo em fundos de pensão, que não podem oferecer riscos altos aos seus participantes, visto que o que está sendo constituído é um montante para aposentadorias. Por isso, é de interesse dos administradores desses fundos que as aplicações feitas rendam juros, mas com o mínimo de risco possível e aceitável, já que a idéia principal é obter rendimentos suficientes na época do cumprimento da obrigação.

Imunizações podem ser feitas mediante a existência de riscos financeiros e, dependendo do tipo de risco e do instrumento financeiro utilizado, são realizadas através de técnicas específicas. Entre os riscos financeiros, se destacam os riscos de mercado como o de câmbio, de taxa de juros, de liquidez e de crédito. Entre os instrumentos financeiros, existem ações debêntures, opções, contratos futuros, títulos do governo e muitos outros.

Esse estudo focaliza especificamente em sistemas de imunização de carteiras de renda fixa quanto ao risco de taxa de juros e, através da comparação empírica de duas metodologias, procura oferecer uma alternativa ao problema de rebalanceamentos constantes que ocorre com a *duration*, metodologia mais utilizada pelo mercado atualmente. A metodologia alternativa proposta é a utilização de derivativos na realização de *hedges*.

No Brasil, a técnica de *duration* já é muito utilizada no mercado devido à sua praticidade e facilidade de cálculo. Já os derivativos não são muito utilizados devido à dificuldade dos fundos em administrá-los e entendê-los.

De forma geral, este estudo, baseado em teorias, técnicas e regras atuariais e de aplicações financeiras simula um plano de previdência complementar de uma entidade fechada, constrói um fluxo de caixa hipotético contendo valores esperados de contribuições e pagamentos, de acordo com suas prováveis datas e, a partir dele, detecta qual entre os métodos citados, é o mais eficiente para a imunização para curto, médio e longo prazos.

## 2 – PROBLEMA DE PESQUISA E OBJETIVOS

Quando um fundo investe em títulos de renda fixa com pagamento de cupons e calcula o montante a ser recebido no final do período de aplicação, é necessário considerar qual será a taxa de reinvestimento dos valores de cupons recebidos. Se essa taxa puder ser obtida nos mesmos patamares do título, basta realizar uma conta simples: a da capitalização com juros compostos. Porém, nem sempre isso ocorre, e a taxa de juros em que os pagamentos dos cupons são reinvestidos pode variar. Se elas subirem, o valor acumulado a partir dos cupons será maior, ao passo que, se elas caírem, o valor acumulado será menor.

Em sentido contrário caminha o preço do título, que aumenta quando as taxas de retorno do mercado diminuem e diminuem quando elas aumentam. Isso caracteriza o risco de taxa de juros que, segundo Fabozzi (2000), é o principal risco enfrentado por um investidor no mercado de bônus.

Portanto, não se pode afirmar com certeza se o aumento ou a queda nas taxas interferem no montante final de forma positiva ou negativa, já que haverá mudanças em sentidos opostos no valor de seus componentes: o título e os juros provenientes do reinvestimento de cupons.

Existem vários métodos de imunização de uma carteira a oscilações da taxa de juros, e o mercado dá preferência àqueles caracterizados pela simplicidade e pelo baixo custo. Porém, não se sabe claramente se os métodos existentes perdem ou ganham eficiência à medida que o horizonte de aplicação dos recursos muda.

A partir dessa incerteza sobre quais métodos de imunização são os mais adequados para cada tipo de horizonte, foi criada a proposta deste trabalho: testar metodologias passivas de imunização de carteira compostas de instrumentos de renda fixa, especificamente comparando os ajustes via duração com o *hedge* utilizando futuros de DI, a curto médio e longo prazos, cujo objetivo é indicar a estratégia mais apropriada – ou as mais apropriadas – para cada tipo de horizonte, levando em conta custos operacionais, de aquisição de instrumentos financeiros e rebalanceamentos.

Além desse objetivo geral, existem também objetivos específicos como testar separadamente a eficiência das técnicas de duração e a utilização de derivativos em cenários de aplicações de curto, médio e longo prazos como formas de imunização, assim como a construção de um fluxo de caixa esperado a partir de valores de benefícios futuros.

Na criação desse fluxo de caixa esperado, a partir de uma base de dados equivalente às que os fundos de pensão possuem, serão criadas as carteiras que, assim como os cálculos atuariais, seguirão leis, regras e políticas de instituições fechadas de previdência complementar.

## 3 – REVISÃO DE LITERATURA

A parte atuarial deste trabalho toma por base as técnicas apresentadas em Bowers et. al. (1997) e Winkelvoss (1993), com a construção do plano de benefícios seguindo a convenção usual de mercado. Em função disto, esta seção fará uma breve exposição dos principais estudos relacionados ao tema central do trabalho, ou seja, a avaliação de estratégias de imunização.

Ao realizar testes com vários tipos de cenários, Varga (1993) compara a duração e a convexidade, chegando à conclusão que, se as taxas de juros são iguais ao longo do tempo – estrutura a termo *flat* – e ocorrem apenas deslocamentos paralelos nessa estrutura, a imunização será perfeita com durações iguais de passivos e ativos, mas o ideal é que esses ativos e passivos tenham mesma duração e convexidade, de forma que, para qualquer taxa de juros, seus valores sejam iguais.

Daigler et. al.(1998) ressalta que um *hedge* baseado em duração é um método convencional que tende a funcionar para renda fixa mas, como a relação entre preço e retorno não é linear, cria-se o efeito da convexidade. Eles ainda citam que rebalanceamentos devem ser realizados a fim de manter a imunização da carteira.

Silva e Malai (2002) não realizam testes, mas através da interpretação de modelos de imunização, demonstram a importância em utilizar uma interpretação adimensional tanto para a duração quanto para a convexidade, de forma que elas tenham a conotação de variação percentual.

De forma geral, autores buscam solucionar um problema de ajuste da *duration* que se refere à sobra de recursos após sua aplicação, de forma que ela seja a menor possível evitando que recursos potencialmente aplicáveis fiquem parados. Por isso, eles se focam tanto em convexidade, ao passo que poucos se preocupam com o problema dos rebalanceamentos, remanescentes mesmo após a elaboração de modelos mais robustos utilizando técnicas de convexidade.

Ferreira (2003) encontra, entre a bibliografia levantada, o resultado mais relevante para este estudo; a partir da imunização de duas carteiras, uma com base na minimização da dispersão de seus vencimentos ao redor de sua duração e a outra, com o uso de derivativos, chega-se a conclusão que a estratégia que faz uso de derivativos apresenta maior dispersão no fluxo de caixa mensal, mas os objetivos são alcançados com um número de instrumentos bem inferior que na estratégia tradicional. Além disso, ele destaca que no contexto brasileiro, as operações nos mercados futuros possuem carga tributária sobre as operações de rebalanceamentos bem menos onerosa do que a que incide sobre os rebalanceamentos de uma imunização tradicional, ponto que também será relevante para o presente estudo. Apesar de o resultado esperado ser parecido, a estratégia do artigo de Ferreira (2003) envolve *swaps* para proteção do volume total de aplicações, enquanto que a do presente trabalho focaliza uma estratégia baseada em futuros de DI e apenas pra proteger valores referentes a pagamentos de cupons.

## 4 - METODOLOGIA

Nesta seção, serão descritas as técnicas, instrumentos e métodos utilizados para avaliação das estratégias de imunização comparadas.

Na criação do plano de previdência, a partir de um banco de dados real, foram utilizados cálculos atuariais utilizando os softwares R e Excel para estabelecer o valor das contribuições dos participantes, dos benefícios concedidos e das receitas e despesas esperadas para o fundo mês a mês.

A partir destes valores, foi criado um plano de aplicações de acordo com as pressuposições e premissas definidas anteriormente de forma a equilibrar o passivo atuarial com o ativo financeiro.

### 4.1 – Pressupostos do Estudo

A aplicação realizada neste trabalho será construída a partir de um plano de Benefício Definido, que é uma modalidade em que os valores a serem pagos no futuro, são pré-estipulados, independentemente do desempenho dos juros ao longo do tempo. Este estudo também poderia ser realizado para casos de planos CV, mas não CD, pois neste o que se paga é justamente o que se consegue captar ao longo dos anos, enquanto naquele, os valores dos benefícios são pré-estipulados no momento de aposentadoria, momento no qual a imunização deveria ser realizada.

As regras para aplicações de investimentos estão definidas na Resolução CMN 3.121, de 25 de Setembro de 2003, que determina os critérios para alocação de recursos, a política de investimentos, os limites de aplicação de cada segmento e a gestão das aplicações dos recursos dos planos de benefícios das EFPC's. Esta Resolução determina ainda que operações com derivativos, ainda que referenciados em ativos de renda variável, que resultam em rendimentos predeterminados são consideradas operações de renda fixa. Como a realização de *hedges* garantirá um rendimento pré-determinado, os derivativos utilizados são classificados como renda fixa e sua utilização seguirá a legislação referente à mesma.

#### **4.2 - Base de Dados**

A base de dados utilizada é uma amostra transformada de uma base original, cedida por uma empresa de consultoria atuarial e, a partir dela foi construído o plano de benefício que dá origem ao fluxo de caixa esperado. A data de criação considerada foi dia 01 de janeiro de 2003, supondo que o levantamento dos dados foi finalizado nessa mesma data. O estudo atuarial é capaz de produzir previsão para fluxos até 2099, ano em que o participante mais novo esgotaria sua probabilidade de sobrevivência. Contudo, os horizontes de estudo não puderam ser muito extensos, pois problemas como disponibilidade de dados, falta de instrumentos financeiros e instabilidade econômica não permitiriam a utilização de suas modalidades mais longas. Logo, o horizonte de curto prazo para a análise dessas estratégias será representado por um período de seis meses, o de médio prazo, um ano e o de longo prazo três anos.

#### **4.3 – Títulos Públicos**

Serão utilizadas as Notas do Tesouro Nacional série F, que possuem rentabilidade prefixada definida pelo deságio do valor nominal, e realizam pagamentos de cupons semestrais definidos na data de emissão.

Cabe ressaltar que, para que as aplicações propostas possam ser testadas, é importante a utilização de dados reais de taxas de juros, que no caso são as taxas Selic. Em função disso, foram escolhidos períodos entre 2003 a 2006, que refletem de forma razoável, a situação econômica atual. Todavia, neste mesmo período, ainda não existia uma quantidade significativa destes títulos para negociação em vencimentos distintos, sendo a série NTN-F – 010108 os primeiros a serem lançados no mercado em 2004.

Uma vez que as obrigações imunizadas são para 2004, 2005 e 2006; adota-se como critério a utilização de títulos com vencimento em 2008, e dois outros tipos de títulos: um vencendo em 2004 e outro em 2006.

A fim de facilitar esses cálculos e evitar projeções errôneas, ao invés de projeção de taxas de desconto, será utilizado o histórico das taxas Selic, para os três títulos em questão. Essa pressuposição justifica-se como apropriada já que, de acordo com Luenberger (1998), para o casamento dos ativos e passivos, o desconto das obrigações a valor presente precisa ser feito a partir da mesma taxa ou da taxa média de desconto dos ativos. Além disso, a escolha específica da taxa Selic como taxa única de desconto se mostra adequada à proposta, pois ela é o fator de desconto básico utilizado na precificação dos títulos utilizados.

Além das NTN-F serão utilizados, para complementar a aplicação as Letras do Tesouro Nacional – LTNs e, para completar a estratégia de *hedge* com derivativos, as Letras Financeiras do Tesouro – LFTs.

#### **4.4 - Imunização**

Ao gerenciar ativos de um fundo de pensão, o analista financeiro objetiva constituir uma carteira de ativos que torne possível o pagamento de todas as obrigações futuras previstas.

Uma maneira de assegurar que um valor acumulado alvo seja obtido, independentemente do comportamento dos juros, é obter durações e valores presentes semelhantes para os títulos e para o valor-alvo. Outra seria realizar uma carteira dedicada em que o valor do último fluxo de cada título coincida com uma obrigação, e proteger os recursos advindos de cupons através de contratos futuros de taxa de juros garantindo um rendimento prefixado para o futuro.

#### 4.4.1 – Estratégia de Duração

Sua fórmula geral duration é, segundo Fabozzi (2000):

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{tC}{(1+y)^t} + \frac{nF}{(1+y)^n}}{P} \quad (1)$$

Em que:

n é o número de períodos (semestres) totais;

t é o período considerado ; t = 1, ...,n

y é a taxa de retorno semestral;

C são os juros de um cupom semestral em moeda;

F é o valor no vencimento em moeda, ou valor de face;

P é o preço de compra do título

Para se imunizar uma carteira utilizando a duration é necessária que a aplicação em ativos obedeça às seguintes regras:

- O valor presente dos fluxos de caixa da carteira de bônus deve ser igual ao VP da série de passivos
- A duração da carteira deve ser igual à duração dos passivos

Essas condições são consideradas no seguinte sistema de equações, capaz de determinar a combinação ideal dos títulos escolhidos na composição da carteira imunizada:

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = V_C \\ D_1 V_1 + D_2 V_2 = D_C V_C \end{cases} \quad (2)$$

Em que:

$V_i$  é o valor presente do título i; i= 1,2

$V_C$  é o valor presente da obrigação

$D_i$  é a duração do título i; i = 1,2

$D_C$  é a duração da obrigação, ou seja, tempo em que ela ocorrerá.

##### 4.4.1.1 - Rebalanceamentos

A estratégia de duração protege a carteira de títulos prefixados apenas por um curto período de tempo. Se houver uma mudança do nível de taxa de juros, a imunização protege a carteira com relação a essa mudança, mas caso ocorra uma próxima oscilação nos juros é possível que ocorram perdas, já que a carteira estará desbalanceada. Além disso, a Duração muda no tempo, mesmo quando as taxas de juros não se alteram (SUEN et. al. 1997).

Portanto, em imunizações que utilizam a medida de Duração, torna-se necessária a realização de rebalanceamentos, realizados através da compra ou venda de títulos de acordo com as novas durações, calculadas após a ocorrência da primeira oscilação.

Como a oscilação na taxa de juros é um processo contínuo, vários rebalanceamentos serão feitos à medida que as taxas forem sofrendo alterações. O período para rebalanceamentos nesta aplicação será de seis meses, no momento em que serão realizados os pagamentos de cupons. Assim, para o período de 6 meses não serão realizados rebalanceamentos, enquanto

para os de 1, 2 e 3 anos foram realizados 1, 1 e 5 rebalanceamentos respectivamente. A razão pela qual foi realizado 1 ao invés de 3 rebalanceamentos para o período de dois anos será melhor explicada na seção 4 deste estudo.

#### 4.4.2 - Estratégias de *Hedge* com Renda Fixa e Futuros de DI

##### 4.4.2.2 – Relação entre renda fixa e futuros de DI

Os contratos futuros de DI, apesar de estarem ligados diretamente ao CDI, também podem representar o comportamento esperado na taxa Selic, que é uma taxa calculada a partir do custo de operações que tem como lastros títulos públicos.

As taxas de juros dos títulos públicos pré-fixados – LTN's e NTN-F's - não possuem nenhum fator de remuneração de seu valor nominal e a estimativa de suas taxas de retorno é realizada a partir de projeções para as taxas de juros nominais correspondente ao seu período de vigência. Essas projeções são estimativas para o custo do dinheiro e são retratadas nos contratos futuros de DI (SECURATO, 2005). Logo, se as taxas de juros seguirem a trajetória esperada, o retorno final que o investidor terá com o título será igual ao retorno esperado inicialmente.

Entretanto, essas estimações são feitas no momento de compra do título e não impedem oscilações dos juros ao longo de seu período de vigência, que poderiam afetar o rendimento dos cupons. Assim, justifica-se a utilização dos contratos de DI na formação de estratégias de *hedge*, estratégias que garantem que caso as taxas de juros oscilem de maneira inesperada, o lucro ou prejuízo com o reinvestimento dos cupons seja compensado pelo prejuízo ou lucro no mercado futuro, que faz com que a taxa Selic pós-fixada para esse reinvestimento seja travada para o futuro.

##### 4.4.2.3 – O *Hedge*

Neste estudo, o *hedge* a ser feito é chamado de *hedge* de venda e é realizado quando o *hedger* possui ou possuirá o ativo e espera vendê-lo no futuro. Da mesma forma que para as técnicas de duração e convexidade, para os *hedgers* também não é possível uma imunização perfeita, pois o ativo *hedgeado* e o referenciado no contrato podem não ser os mesmos; o *hedger* pode não ter certeza da data exata que o ativo será comprado ou vendido; ou mesmo, a estratégia poderá exigir que o contrato futuro seja encerrado antes de sua data de vencimento.

No presente trabalho, o *hedge* será feito com instrumentos de renda fixa prefixados, mais especificamente títulos do governo (LFT) e com contratos futuros de taxas de juros (DI-1), ou seja, o ativo referenciado não é o mesmo do *hedgeado*, o que se caracteriza em um risco de base, e que através de processos matemáticos especiais será mitigado.

#### 4.5 – Custos envolvidos nos dois tipos de operação

Em geral, os custos de corretagem oscilam em torno de 3% sobre o valor da operação. Mas, como forma de incentivo a um volume maior de negociações e de captação clientes de grande porte, as corretoras oferecem um percentual de devolução, fazendo com que o valor final de corretagem se torne menor, conforme fórmula a seguir pode demonstrar:

$$\%Corret. = 0,03(1 - \%devol)(100.000 - P_{ajust}) \quad (3)$$

em que:

$\%Corret.$  é o percentual final pago por corretagem

$\%devol$  é o percentual de devolução e cujo valor é determinado mediante negociação entre o cliente e o agente de custódia.

$P_{ajust}$  é o valor ajustado do contrato a preço de mercado

Como este estudo está baseado em operações de um fundo de pensão e, fundos de pensão geralmente possuem grandes volumes a aplicar, será considerada uma taxa de custódia final de 0,4% sobre os valores das transações. Esse valor de corretagem foi assumido após a uma consulta a corretoras e será a mesma considerada pra transações com durações e com derivativos de forma que a taxa de corretagem não influencie de maneira diferente cada uma das estratégias.

#### 4.5.1 - Custos envolvidos na operação de Duração

Além do custo de corretagem, os custos com rebalanceamentos devem ser considerados nesta seção, ou seja, o custo de aquisição de novos instrumentos financeiros para manter a carteira de passivos imunizada.

#### 4.5.2 - Custos envolvidos na operação de Hedge

Em 23 de setembro de 2003 a BM&F lançou um ofício circular determinando novas regras para os custos envolvidos nas transações de seus produtos, que passou a ser vigorado a partir de 1º de janeiro de 2004. Essas novas regras atendem a categorias de tarifas, que afetam diretamente a negociação de contratos no âmbito da Câmara de Derivativos e as que se referem a contratos futuros de DI-1 serão mostradas a seguir

##### 4.5.2.1 - Taxa de emolumentos

O emolumento é cobrado sempre que ocorrerem negociações e encerramentos de contratos por liquidação financeira. A cobrança da taxa de emolumentos será sempre no dia útil posterior à data de vencimento e seu valor é obtido através dos seguintes cálculos.

Formula Base:

$$FB = (100.000) \max \left[ \left[ \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^{du_m/252} - 1 \right]; \min \left[ \left[ \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^{du_M/252} - 1 \right]; \left[ \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^{du/252} - 1 \right] \right] \right] \quad (4)$$

Emolumento por contrato = FB x M

Em que no caso dos contratos DI1:

$du_m = 1$                     é o limite mínimo de dias úteis;

$du_M = 105$                 é o limite máximo de dias úteis;

$du$                             é o número de dias úteis em que o contrato estará vigente;

$p = 0,00225$                 é a porcentagem a.a.o. definida pela BM&F

$M = 1$                         é um multiplicador que ajustará o valor da taxa de emolumentos gerado pela fórmula-base ao tamanho do contrato, sendo apurado como uma proporção de 100.000.

##### 4.5.2.2 - Taxa de permanência

Em 2004, a taxa de permanência passou a ser um elemento novo de custo para os participantes, tendo como base de incidência o número de contratos mantidos em aberto no dia anterior. Existem dois critérios para a determinação da taxa de permanência: um para os contratos de pregão (por exemplo, contratos futuros, a termo e de swap cambial) e outro para os contratos de balcão (por exemplo, contratos de swap). Nos contratos de pregão, que são os utilizados nesta aplicação, a base de incidência representa o somatório de todas as posições mantidas em aberto na mesma mercadoria e no mesmo mercado, independentemente do vencimento. De acordo com o site da BMF, atualizado em 20/09/2006, a taxa de permanência diária para um contrato de DI de um dia é de R\$ 0,006, sendo este o valor adotado para os cálculos durante todo o período, em cada um dos cenários (horizontes de tempo) criados.



#### 4.5.2.3 - Margem de Garantia

Além disso, existe a margem de garantia, cujos valores utilizados na aplicação foram baseados nos valores de dezembro de 2006, de acordo com o tempo para o vencimento do contrato. No caso do presente estudo, a margem de garantia poderia ser totalmente constituída pelos títulos públicos comprados para evitar a imobilização do capital, que, dessa maneira, poderia ser reinvestido. Entretanto, perdas no mercado futuro causariam a liquidação desses títulos, o que não é interessante, pois para a construção da carteira dedicada, deseja-se que os títulos e, conseqüentemente seus fluxos de caixa sejam preservados até seus vencimentos. Uma solução plausível é deixar apenas parte da margem de garantia em títulos e outra parte em dinheiro, que neste estudo correspondem respectivamente a 95% e 5% do valor total depositado.

Logo, a margem de garantia não pode ter 100% do seu valor visto como um custo, mas, de certa forma, o custo de oportunidade advindo da fração efetivamente depositada deve ser levado em conta. Assim, será considerado como custo nas operações de *hedge* o valor de rendimento caso estes recursos, que neste estudo é de 5% da margem de garantia, fossem aplicados à taxa Selic, além dos valores de corretagem, emolumentos e permanência.

### 5 – DESENVOLVIMENTO E DISCUSSÃO

Os valores imunizados são de R\$ 98.790,35, R\$86.003,70 e R\$133.334,15 para os anos de 2004, 2005 e 2006 respectivamente.

#### 5.1 – Duração

Nesta modalidade de imunização as datas das obrigações imunizadas foram janeiro de 2004, janeiro de 2005 e janeiro de 2006. Para imunizar as obrigações de janeiro de 2004, foram utilizados títulos NTN-F que venciam em janeiro de 2004 e janeiro de 2006 e para obrigações que venciam em 2006, títulos que venciam em janeiro de 2006 e janeiro de 2008. Entretanto, para a imunização das obrigações que venciam em janeiro de 2005, uma estratégia especial foi utilizada. Essa estratégia teve que ser adotada pelo fato de não haver disponibilidade de títulos NTN-F com vencimento em janeiro de todos os anos, mas apenas de dois em dois anos e, a fim de tornar este estudo o mais próximo da realidade de mercado possível, não foi pressuposta a existência de um título NTN-F que vencesse em 2005. O procedimento realizado foi, primeiramente, a imunização do valor presente das obrigações de 2005 em 2004, como se elas tivessem que ser compensadas um ano antes. Em seguida, quando essa imunização se encerra, é realizado o casamento do restante das obrigações de 2005 com títulos LTN que vencem em janeiro de 2005, o que não passa de uma carteira dedicada com uma única obrigação.

Assim, foi aplicada aos títulos NTN-F, a estratégia de imunização com o sistema de duas equações, que, como demonstrado, contém as durações e os valores presentes dos dois títulos e das obrigações. Esse sistema é utilizado, para os três horizontes de estudo, tanto para as imunizações iniciais como para os rebalanceamentos e, por isso ele é repetido diversas vezes, de acordo com a data final da obrigação.

Uma das limitações da aplicação do modelo de duração é que se deve pressupor que a taxa de desconto dos passivos é a mesma dos ativos, que no caso foi a taxa Selic. Na verdade, os títulos são descontados a taxas diferentes da Selic, tendo inclusive taxas de retorno diferentes para vencimentos diferentes. A solução para esse problema seria, a partir da utilização das taxas de retorno dos títulos adotados e suas quantidades, chegar a um valor médio ponderado da taxa de retorno, mas, como no método para solução de sistemas lineares é necessário primeiramente trazer o passivo a valor presente para depois encontrarmos a quantidade de títulos utilizados, os valores tanto das quantidades quanto da taxa média só poderiam ser

encontrado por métodos numéricos. Contudo, nesse estudo isso não foi realizado devido aos fatos dos títulos NTN-F serem recentes e não possuírem longos históricos.

De toda forma, a utilização dessa pressuposição não afetou os resultados das metodologias testadas, seja na parte de casamento de ativos e passivos, pela utilização de taxas iguais garantir a realização da imunização; seja na parte de custos de investimento, pelos valores de retorno dos títulos oscilarem basicamente em torno da taxa Selic.

## 5.2- Hedge com Futuros de DI e Títulos Públicos

Os títulos comprados para garantir as obrigações já definidas serão os mesmos utilizados na imunização feita por duração, ou seja, títulos pré-fixados com pagamentos de cupons. A diferença será na metodologia: ao invés de se calcular uma combinação de títulos que imunizem a carteira, serão utilizados títulos que vencem exatamente na data da obrigação. Sua quantidade será definida de acordo com o valor presente da obrigação utilizando as taxas contratadas na compra dos títulos.

Os pagamentos de cupons, como definido anteriormente, deveriam ser reinvestidos a uma taxa pré-determinada para se alcançar um “montante meta” e, por isso, serão os alvos da realização dos *hedges* propostos. Na estratégia de imunização por duração, o valor recebido referente aos cupons foi investido à taxa Selic da época, o que não comprometia o rendimento final graças aos rebalanceamentos realizados. Já no caso do *hedge* com futuro de DI, reinvestir os cupons à taxa Selic significa colocar parte dos investimentos em instrumentos de taxas pós-fixadas, e como não há rebalanceamentos nesta estratégia, submeter parte das aplicações a um tipo de risco de taxa de juros, já que essas taxas são definidas apenas no momento de liquidação do contrato. As opções para reinvestimento dos valores recebidos por cupons são inúmeras e podem se caracterizar de conservadoras a agressivas, dependendo do objetivo da EFPC.

Um exemplo de estratégia agressiva seria casar uma parte de seu ativo ao recebimento de juros com os títulos NTN-F e reinvestir os pagamentos de cupons em instrumentos de renda variável. Já um exemplo de estratégia conservadora é o procedimento adotado no presente estudo, que reinveste os cupons em LFT até a data da obrigação e realiza *hedges* para fixar uma taxa de retorno para esses reinvestimentos.

É importante observar que, como esses *hedges* ocorrerão à medida que os cupons forem recebidos, as taxas contratadas para o futuro podem ser maiores ou menores que a taxa ao qual a obrigação foi trazida a valor presente e, por isso, é interessante vincular cada cupom com os respectivos reinvestimentos ao valor que ele representa na obrigação. Isso será feito através da observação dos valores futuros dos fluxos de caixa. Caso a taxa de juros utilizada no momento do reinvestimento e *hedge* dos cupons esteja acima da meta, o montante final alcançado por essa parcela será superior ao necessário e, caso esteja abaixo, o contrário ocorrerá. Seguindo esse raciocínio, no primeiro caso, seria necessário um investimento um pouco menor e no segundo um pouco maior do que o valor dos cupons recebidos para se alcançar o valor exato da obrigação.

Como dito anteriormente, o comportamento esperado das taxas de juros é de queda, o que de certa forma, desfavorece a estratégia descrita acima, pois caso essa queda ocorra em todos os momentos de reinvestimento, sempre será necessário investir um pouco mais de dinheiro para se alcançar o montante necessário ao final do horizonte de aplicação. Essas diferenças entre os valores de recebimento dos cupons e os realmente aplicados serão consideradas como custos, pois não fazem parte da despesa inicial com títulos públicos e, caso essa diferença seja positiva, ou seja, o valor recebido pelos cupons seja mais alto que o necessário, esse valor será abatido nas despesas com os *hedges*.

Para essa aplicação, será necessário presumir a existência de contratos futuros fracionários na modalidade (DI1), ou seja, contratos que não precisam, necessariamente, ser comprados

em unidades e pelo preço de R\$100.000,00 , descontado pela taxa de juros. Apesar desses contratos não existirem no mercado Brasileiro, tal pressuposição não invalida o estudo, cuja intenção principal é comparar custos. Contudo, já existem outras modalidades de contratos fracionários na BM&F e, dessa forma, a hipótese de criação de DI-1 fracionário, que seria muito benéfica a esse tipo de imunização, não deve ser descartada.

Em uma aplicação real, pode-se imunizar parcialmente o valor dos cupons por futuros de DI e aplicar o montante restante de acordo com o objetivo e perfil do investidor.

Para encontrar o número de contratos futuros que devem ser adquiridos em cada época, horizontes diferentes de preços foram utilizados. Como mostrado anteriormente, a literatura propõe que para se chegar ao número de contratos, devem-se utilizar correlações e desvios-padrão dos instrumentos *hedgedos* e dos *hedgedores* selecionando períodos iguais ao considerado. Por exemplo: para um contrato adquirido em julho de 2005 e que vence em janeiro de 2006 seriam usados dados correspondentes a seis meses deste mesmo contrato; da mesma forma, para contratos de trinta meses seriam usados dados passados também correspondentes a trinta meses. E assim foi feita a seleção dos períodos.

Adicionalmente, foi tomado o cuidado para que as volatilidades, desvios e números de contratos fossem calculados baseados em históricos de LFT e DI futuros que venciam na mesma data que os utilizados venceriam, porém utilizando dados de períodos anteriores ao de reinvestimento dos cupons.

## 6 – RESULTADOS

### 6.1 – Imunizações

Duas informações interessantes sobre as imunizações são os valores excedentes da estratégia de *duration* após as oscilações das taxas de juros e a comparação das taxas de futuros de DI contratadas e as realmente praticadas. A primeira mostra que, devido aos rebalanceamentos, as imunizações foram realizadas com sucesso, deixando um excedente maior ou igual a zero no momento da obrigação, enquanto a segunda aponta se houve ganho ou perda de acordo com os juros que realmente ocorreram após a decisão de trocar uma taxa de juros pós-fixada por um pré-fixada. Observe as tabelas abaixo:

*Tabela 1 – Valores excedentes na imunização via duração*

Data da Obrigação	Data do pgto do Cupom	Tx Selic a.s.	VP da Obrigação na data do pgto do cupom (em R\$)	Excedente (em R\$)
jan/04	jul/03	12,14%	88.396,12	0,12
jan/05 (jan/04)	jul/03	12,14%	98.403,18	-
jan/06	jul/03	12,14%	95.520,67	3,59
jan/06	jan/04	7,86%	137.406,44	0,68
jan/06	jul/04	7,61%	149.198,01	3,98
jan/06	jan/05	8,51%	157.854,00	1,27
jan/06	jul/05	9,42%	169.802,22	-

Fonte: Resultados da Pesquisa.

Como as imunizações foram feitas nas datas em que os cupons foram pagos, elas estão representadas em cada linha de acordo com essas datas e as respectivas datas das obrigações. A proposta de imunização foi cumprida de forma que os valores alcançados foram iguais ou maiores aos valores das obrigações.

Além disso, pode-se observar que, comparados ao valor presente de cada obrigação, os valores excedentes se mostram insignificantes, mesmo para períodos que tiveram oscilações relativamente grandes nas taxas de juros.

Tabela 2 – Comparações entre as taxas selic e as contratadas no contrato futuro de DI

Data da Obrigação	Data do pgto do Cupom	Tx fut a.s. contratada na data de receb dos cupons	Tx Selic a.s.	Tx fut a.s. contratada na data de receb dos cupons (acum)	Tx Selic a.s. (acum)	Ganho(0) ou Perda(1)	Diferença (Tx fut acum - Tx Selic acum)
jan/04	jul/03	10,24%	12,14%	10,24%	12,14%	1	-1,91%
jan/05 (jan/04)	jul/03	10,24%	12,14%	10,24%	12,14%	1	-1,90%
jan/06	jul/03	10,39%	12,14%	63,89%	41,24%	0	22,66%
jan/06	jan/04	7,65%	7,86%	34,28%	54,54%	1	-20,26%
jan/06	jul/04	8,74%	7,61%	28,59%	27,77%	0	0,82%
jan/06	jan/05	8,93%	8,51%	18,65%	18,73%	1	-0,08%
jan/06	jul/05	8,92%	9,42%	8,92%	9,42%	1	-0,50%
<b>Total</b>							<b>-1,18%</b>

Fonte: Resultados da Pesquisa

É notável que nenhum contrato fechasse exatamente a taxa ocorrida durante o período contratado, porém suas diferenças, de forma geral são baixas, com exceção das contratadas em julho de 2003 e janeiro de 2004 que, como já dito, foram períodos turbulentos, além de serem os mais longos entre o momento da imunização e a data da obrigação. Contudo, ao final de todo o período aplicado no estudo o “prejuízo” observado foi de 1,18%. A palavra “prejuízo” é utilizada entre aspas, pois ela não deve indicar uma decisão falha, já que no momento da imunização garantiu-se uma taxa mínima para o cumprimento das respectivas obrigações.

## 6.2 - Análise de Custos

Em ambas as estratégias de imunização analisadas, foram considerados custos operacionais para as suas realizações. No caso da imunização por duração, esses custos basicamente são os gastos com corretagem que são pagos cada vez que uma compra ou venda de títulos ocorre. Já na estratégia de *hedge* com derivativos, como já exposto, os custos envolvem, além da corretagem para os dois instrumentos financeiros utilizados, emolumentos, taxa de registro e taxa de permanência. Ainda foram considerados como custo o desembolso além do recebido pelos cupons para a compra de LFT e o rendimento que o investidor deixaria de ganhar caso aquele montante fosse reinvestido à taxa Selic. Observe as tabelas a seguir com os valores encontrados para custos nas duas estratégias:

Tabela 3 - Custos envolvidos na imunização via duração (em R\$)

Data	Obrigações			Total	VPtotal
	jan/04	jan/05	jan/06		
jan/03	353,58	275,43	382,08	1.011,09	1.011,09
jul/03	30,52	375,09	129,51	535,12	477,18
jan/04	-	412,64	142,65	555,29	477,30
jul/04	-	-	85,88	85,88	68,92
jan/05	-	-	65,76	65,76	47,44
jul/05	-	-	117,59	117,59	74,97
VP dos custos com duração					<b>2.156,88</b>

Fonte: Resultados da Pesquisa

Tabela 4 - Custos envolvidos na imunização via hedge (em R\$)

Data	Obrigações			Total	VPtotal
	jan/04	jan/05	jan/06		
jan/03	353,58	275,43	382,08	1.011,10	1.011,10
jul/03	181,53	192,42	1.008,22	1.382,17	1.232,51
jan/04		412,64	354,86	767,49	659,70
jul/04			49,58	49,58	39,79
jan/05			172,07	R\$172,07	124,12
jul/05			187,29	R\$187,29	119,40
VP dos custos com hedge					<b>3.186,63</b>

Fonte: Resultados da Pesquisa

Como os custos estão distribuídos ao longo dos anos é interessante observar seus valores presentes e, de acordo com eles, a imunização via *hedge* apresentou custos maiores que a via duração, resultando uma diferença de R\$1.029,74 entre uma e outra.

Todavia, é importante destacar que esses são apenas custos operacionais e não consideram os desembolsos feitos na aquisição de títulos para nenhuma das duas estratégias. Por isso, o estudo prossegue com a comparação dos valores presentes dos custos dos investimentos das duas estratégias em NTN-F<sup>1</sup>.

Tabela 5 - Desembolsos com NTN-F considerando rebalanceamentos (em R\$)

Data	Meses de Obrigação			Total	VPtotal
	jan/04	jan/05	jan/06		
jan/03	<b>88.396,12</b>	<b>68.858,00</b>	<b>95.520,67</b>	<b>252.774,79</b>	<b>252.774,79</b>
jul/03	4.852,53	4.096,41	11.862,13	20.811,07	18.557,65
jan/04	-		548,85	548,85	471,76
jul/04	-		7.458,90	7.458,90	5.985,66
jan/05	-		7.810,43	7.810,43	5.634,13
jul/05	-		16.348,26	16.348,26	10.422,31
VP dos custos com investimento em NTN-F					<b>293.846,31</b>

Fonte: Resultados da Pesquisa

Como na estratégia por duração são realizados rebalanceamentos, seu valor presente de investimentos em NTN-F é muito maior que na estratégia de *hedge*, pois a cada semestre é necessário comprar e vender títulos para se chegar a novas combinações ideais de proteção. Na coluna VP são apresentados os valores presentes totais a cada semestre e nas linhas da tabela, os valores de investimento em cada semestre. Observe que na primeira linha estão os valores iniciais de aquisição de títulos, os quais são os mesmos valores investidos inicialmente na estratégia com futuros de DI. Portanto, o valor presente em NTN-F apresentado pela primeira técnica é bem maior que o da segunda técnica, apresentando uma diferença de R\$41.071,51(293.846,31 - 252.774,79).

Finalmente, associando os dois tipos de custo – o operacional e o de investimentos em títulos – é possível se chegar a um saldo final em que a vantagem operacional da imunização

<sup>1</sup> Não foi considerada a compra de LTN em 2004 para imunizar a obrigação de 2005, pois não há necessidade de seu custo ser comparado, já que em ambos, essa operação é realizada e seu custo é o mesmo nas duas estratégias.

via duração perde força quando comparada à imunização por *hedges*, finalizando em um saldo de R\$40.041,77 (R\$41.071,51 - R\$1.029,74).

## 7 – CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES

As conclusões quanto à efetividade das técnicas de *duration* e *hedge* com futuros de DI em imunizações, por não serem o foco principal desse trabalho, foram feitas na seção de resultados, logo após a exposição de alguns dados.

Quanto à análise dos custos dos rebalanceamentos, os resultados observados indicam que, se considerarmos o curto prazo (6 meses), em que não há rebalanceamentos, a estratégia de duração se mostra mais interessante que a de *hedge* com DI, mas se considerarmos médio e longo prazos (de 1 e 3 anos), a segunda se mostra indiscutivelmente melhor que a primeira, especialmente a prazos mais longos em que os custos das negociações de LFT e DI-1 são comparados ao custo de vários rebalanceamentos.

Esse resultado se mostra extremamente interessante, pois mostra uma operação superior ao cálculo de duração, que é a técnica mais exercida pelo mercado. Apesar de saberem que há um custo na realização de rebalanceamentos, gestores geralmente buscam minimizá-lo, evitando sua realização ou estipulando períodos longos entre rebalanceamentos. Contudo, ao longo do tempo, acabam gastando mais do que se tivessem utilizado a estratégia de *hedges* para imunizar suas carteiras, além de deixá-las desprotegidas no caso de oscilações entre períodos.

Uma alternativa para que a proteção entre períodos seja maior seria a combinação da imunização com a carteira dedicada, criando uma carteira que utiliza o método de duração, porém com a restrição adicional de que seus primeiros fluxos sejam casados com o caixa. Geralmente, faz-se isso para os primeiros cinco anos, o que garante certa liquidez e reduz o risco associado aos deslocamentos não paralelos da curva de retorno no início do plano. Esse processo é chamado de equiparação por combinação e sua desvantagem sobre a imunização multiperíodo é ter um custo ligeiramente maior. Entretanto, a união entre o casamento de fluxo de caixa e a metodologia de duração não é algo fácil de ser realizado, devido ao baixo número de instrumentos financeiros disponíveis no mercado. Além disso, essa técnica não se encaixa na proposta de imunização com títulos pagadores de cupons, mas apenas com aqueles que não os pagam.

Outra contribuição importante que esse estudo pode gerar é a difusão de técnicas operacionais com dois instrumentos financeiros relativamente pouco utilizados no mercado, que são os títulos pré-fixados pagadores de cupons e os contratos futuros, na imunização de passivos atuariais.

Quanto ao argumento de que títulos pré-fixados são mais arriscados, pode-se notar que ele se torna relativo conforme o objetivo da carteira. Para o caso desse estudo, em que se deseja honrar um compromisso com valor certo no futuro, títulos pré-fixados se mostram melhor, oferecendo uma maior segurança para o alcance desse objetivo.

Há também, a possibilidade de se utilizar, ao realizar as operações de *hedges*, um contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Longo Prazo (DIL). Apesar de serem menos líquidos, eles poderiam ofertar custos menores para a realização de rolagens, quando elas existirem.

Diante do fato que a operação de *hedge* na realização de imunizações torna a utilização de títulos prefixados mais eficientes do que com durações e rebalanceamentos, surge uma proposta de trabalho futuro: uma aplicação que mostraria se os rendimentos mais altos oferecidos pelos tipos pagadores de cupons compensam os custos na formação dos *hedges*, através da comparação dessa estratégia com uma carteira dedicada composta apenas por LFT, com vencimentos coincidentes com as datas das obrigações.

## 7 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOWERS, N.L., HICKMAN J.C., JONES, D.A., NESBITT C.J., **Actuarial Mathematics**, 2ª edição, Schamburg: The Society of Actuaries, 1997.
- BM&F. **Base de Cálculo para contratos financeiros**. Disponível em: [http://www.bmf.com.br/portal/pages/boletim1/bd\\_manual/CustosOp\\_TE.asp](http://www.bmf.com.br/portal/pages/boletim1/bd_manual/CustosOp_TE.asp)
- BM&F. **Especificações do contrato futuro de taxa média de depósitos interfinanceiros de um dia** – 31 de novembro de 2001. Disponível em: [http://www.bmf.com.br/portal/pages/frame.asp?idioma=1&area=contratos&link\\_char=financeiro13](http://www.bmf.com.br/portal/pages/frame.asp?idioma=1&area=contratos&link_char=financeiro13)
- BM&F. **Indicadores financeiros** Disponível em: [http://www.bmf.com.br/portal/pages/boletim1/bd\\_manual/indicadoresFinanceiros1.asp](http://www.bmf.com.br/portal/pages/boletim1/bd_manual/indicadoresFinanceiros1.asp)
- BM&F. **Ofício e Anexo ao Ofício Circular 101/2003-DG**. - 22 de setembro de 2003 Disponível em: <http://www.bmf.com.br/portal/pages/boletim1/informes/2003/setembro/oc101-2003.pdf>
- FABOZZI, FRANK J. **Mercados, Análise e Estratégias de Bônus: Títulos de Renda Fixa. tradução [da 3ª ed. americana] Carlos Henrique Trieschmann...[et. al.]**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2000.
- FERREIRA, R. **Gerenciamento do risco de taxa de juro em fundo de pensão – redesenhando estratégia de imunização com o uso de derivativos**. Resenha BM&F – nº 149. São Paulo: 2003
- FORTUNA, E. **Mercado Financeiro**. Rio de Janeiro: Qualitymark, 2003, 15ª edição.
- HULL, J. **Opções, futuros e outros derivativos**. 3ª Edição. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros e Cultura Editores Associados, 1996.
- LOZARDO, E. **Derivativos no Brasil**. São Paulo: BM&F, 1998.
- LUENBERGER, DAVID G. **Investment Science**. New York: Oxford University Press, 1998.
- MARINS A. **Mercados Derivativos e Análise de risco, v.1**. Editora: AMS, 2004
- MPS, SPC. **Coletânea de Normas dos Fundos de Pensão**. Brasília: Ministério da Previdência Social, Secretaria de Previdência Complementar, 2004. Disponível em: [http://www.previdencia.gov.br/spc/docs/Coletanea\\_2Edicao.pdf](http://www.previdencia.gov.br/spc/docs/Coletanea_2Edicao.pdf)
- SILVA, M.E., MAIALI, A.C. Dimensão da duração e da convexidade. Resenha BM&F – nº 149 v.83 Volume geral – ano 2002.
- SUEN, A.S., KIMURA, H. NONAKA, K.P. A utilização do modelo da duration na administração do risco de taxas de juros em carteiras de renda fixa em bancos brasileiros. Caderno de pesquisas em Administração – Programa de Pós-Graduação em administração da FEA/USP\_2º semestre 1997.
- VARGA, G. **Duração, convexidade e imunização**. São Paulo: Resenha BM&F. p. 23-32. set. 1993.
- Resolução CMN nº 3.121, de 25/09/03**. Brasília: Ministério da Previdência Social, Secretaria de Previdência Complementar. Disponível em [http://www.previdenciasocial.gov.br/08\\_02\\_02.asp](http://www.previdenciasocial.gov.br/08_02_02.asp).
- SECURATO, J.R. **Cálculo Financeiro Das Tesourarias: Bancos e Empresas**. 3ª ed. São Paulo: Saint Paul, 2005
- SUSEP. **Glossário de Termos Técnicos de Seguros**. Disponível em: <http://www.susep.gov.br/menubiblioteca/glossario.asp>
- TESOURO NACIONAL. **Histórico de Preços e Taxas de Títulos Públicos**. Disponível em: [http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro\\_direto/estatisticas/historico.asp](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro_direto/estatisticas/historico.asp)
- TESOURO NACIONAL. **Metodologia dos cálculos dos títulos públicos ofertados pelo Tesouro Direto**. Disponível em: [http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro\\_direto/download/metodologia.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro_direto/download/metodologia.pdf)
- TESOURO NACIONAL. **Comunicado Tesouro Nacional de 27 de Outubro de 2006**. Disponível em: [http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida\\_publica/leiloes/downloads/Comunicados/Comunicado\\_27out06.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/divida_publica/leiloes/downloads/Comunicados/Comunicado_27out06.pdf)
- WINKLEVOSS, H.E. **Pension Mathematics With Numerical Illustrations**. Philadelphia: University of Pennsylvania Press, 1993.