

ÁREA TEMÁTICA: FINANÇAS**UTILIZAÇÃO DO MÉTODO MONTE CARLO PARA ESTIMAÇÃO DA RAZÃO DE *HEDGE* ÓTIMA DO BOI GORDO****AUTORES****REGINALDO SANTANA FIGUEIREDO**

Universidade Federal de Goiás

santanarf@uol.com.br

ODILON JOSÉ DE OLIVEIRA NETO

Universidade Federal de Uberlândia

professorodilon@yahoo.com.br

LEONARDO CAIXETA DE CASTRO MAIA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLANDIA

leonardocaixeta@hotmail.com

RESUMO

Este estudo tem por objetivo determinar a razão de *hedge* ótima do boi gordo para as operações de *hedge* no mercado futuro da BM&F para o Estado de Goiás a partir da aplicação do Método Monte Carlo. Os preços foram obtidos junto ao Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA) da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ) da Universidade do Estado de São Paulo (USP). Para se alcançar o objetivo proposto no estudo fora necessário perpassar pelas seguintes etapas de trabalho: levantar a série temporal do preço da arroba do boi gordo para o Estado de Goiás e no mercado futuro na Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F); analisar a estacionariedade das séries temporais dos preços a vista e futuro do boi gordo através da aplicação do teste ADF e KPSS e, estimar a razão de *hedge* ótima desta operação pelo Método Monte Carlo. O modelo foi simulado para 30.000 iterações e o valor encontrado para a razão de *hedge* ótima ficou em torno de 0,966. Resultado este obtido dentro de um parâmetro de erro aceitável de 0,002, resultado bastante razoável ao considerar a razão de *hedge* ótima entre 0,968 e 0,964, intervalo este, muito próximo ao encontrado por Oliveira Neto e Figueiredo (2008), que anteriormente, utilizando-se do modelo de Meyer & Tompson (1989) encontraram um resultado igual a 1,115.

Palavras-chaves: *Hedge*, Método Monte Carlo, Boi Gordo

ABSTRACT

This study aims to determine the optimal hedge ratio of fat to steer the operations of hedge of the beef cattle in the futures market's BM&F to the State of Goiás from the application of the Monte Carlo method. Prices were obtained from the Center for Advanced Studies in Applied Economics (CEPEA) at the "Luiz de Queiroz" College of Agriculture (ESALQ) of the University of São Paulo (USP). To achieve the objective proposed in the study was to cross the following stages of work: the time series to raise the price of beef cattle arroba of the State of Goiás and the future market in Goods & Futures Exchange (BM&F); examine the stationarity the time series of the spot and future prices of beef fat by applying the ADF test

and KPSS, and estimate the optimal hedge ratio of this transaction by the Monte Carlo method. The model was simulated for 30,000 iterations and the value found for the optimal hedge ratio was around 0.966. This result obtained within a parameter of acceptable error of 0.002, a result quite reasonable when considering the optimal hedge ratio of between 0.968 and 0.964, this range, very close to that found by Oliveira and Figueiredo (2008), which previously, using the model of Meyer & Tompson (1989) found a result equal to 1.115.

Keywords: Hedge, Monte Carlo method, beef cattle.

1. INTRODUÇÃO

Tendo em vista a dificuldade dos agentes da cadeia produtiva da carne bovina em lidar com cenários incertos de formação de preços no mercado físico na região onde é produzido e comercializado o boi gordo, verifica-se a necessidade de se proteger contra as constantes oscilações de preços, revelando assim a importância das operações de *hedge* em mercados futuros. O gerenciamento de risco na agricultura, que tem por objetivo fundamental administrar as perdas potenciais relativas ao processo de negociação nos mais diversos mercados, tem, nas operações de *hedge*, um mecanismo estratégico de gestão dos preços alvo, em ambientes de incerteza na formação dos preços de comercialização.

A definição de *hedge* envolve a uma tomada de posição contrária a posição no mercado a vista com o objetivo de minimizar o risco financeiro com possíveis oscilações de preços de determinada *commodity*, ou seja, o *hedge* efetiva-se a partir da compra ou venda de contratos futuros em substituição temporária à negociação no mercado físico (*spot*) que ocorrerá posteriormente (FUTURES INDUSTRY INSTITUTE, 2002).

Hull (2003) destaca que, quando se compra de um determinado ativo para data futura, também se pode realizar o *hedge*. Isso é possível, desde que seja tomada uma posição comprada no mercado futuro. Essa operação é conhecida como *hedge* de compra, ou melhor, parte da compra de contratos futuros opostos a uma posição no mercado físico objetivando diminuir o risco com a alavancagem dos preços da *commodity* negociada.

É no contexto dos métodos de estimação da razão de *hedge* ótimo, onde se destacam os modelos que foram aplicados e posteriormente submetidos a críticas, fundamentadas na econometria de séries temporais, que esse estudo destaca aplicação do método de simulação estatística denominado Monte Carlo. A escolha do Método Monte Carlo (MMC) na determinação da razão de *hedge* ótima esta pautada na utilização de uma metodologia numérica capaz de resolver problemas de estimação por meio de amostragem aleatória. Diante disso, questiona-se: a partir do desenvolvimento de simulações utilizando-se do Método Monte Carlo (MMC) pode-se determinar uma razão de *hedge* que minimize o risco na comercialização do boi gordo por parte dos produtores no Estado de Goiás?

Tendo por base essa problemática, esse estudo tem por objetivo determinar a razão de *hedge* ótima do boi gordo para as operações de *hedge* no mercado futuro da BM&F para o Estado de Goiás a partir da aplicação do Método Monte Carlo (MMC).

Para se alcançar o objetivo proposto no estudo fora necessário perpassar pelas seguintes etapas de trabalho: levantar a série temporal do preço da arroba do boi gordo para o Estado de Goiás e no mercado futuro na Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F); analisar a estacionariedade das séries temporais dos preços a vista e futuro do boi gordo através da aplicação do teste ADF e KPSS e, estimar a razão de *hedge* ótima desta operação através de simulações pelo Método Monte Carlo.

Diante dos objetivos propostos esse estudo se justifica pela relevância das informações obtidas para produtores, empresários, comunidade acadêmica e científica, devido sua perspectiva geração de conhecimento, que é conduzida pelo confronto entre o teórico e o empírico, assim como pela carência de estudos e pesquisas referentes a essa temática.

2. MÉTODO MONTE CARLO

O método numérico conhecido como Monte Carlo pode ser descrito como método de simulação estatística que utiliza seqüências de números aleatórios para desenvolver simulações. Em outras palavras, Monte Carlo pode ser visto como método numérico para resolver problemas por meio de amostragem aleatória (SOBOL, 1994).

O Método de Monte Carlo (MMC) tem sido usado há muito tempo, mas somente no século passado ganhou o *status* de um método numérico capaz de ser utilizado em inúmeras e complexas aplicações. O nome “*Monte Carlo*” foi cunhado por *Metrópolis*, parceiro de Von

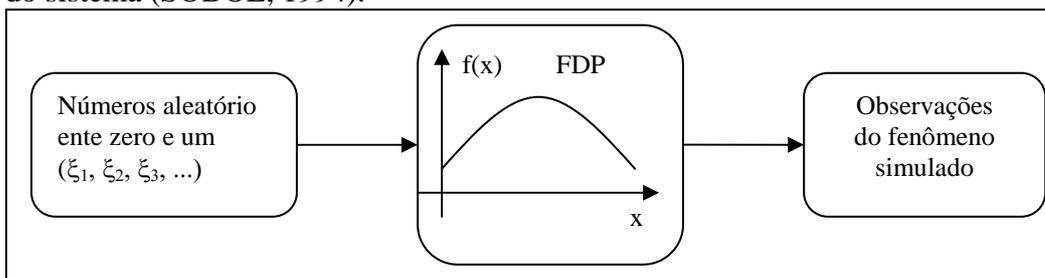
Neumann Stanislav Ulam no Projeto *Manhattan*, desenvolvido durante a Segunda Guerra Mundial, e recebeu esse nome devido à similaridade com o método praticado no Projeto *Manhattan* com os jogos de azar praticados em Monte Carlo, capital do Principado de Mônaco. No entanto, o MMC, só foi formalizado, em 1949, por meio do artigo intitulado “*Monte Carlo Method*” publicado por John Von Neumann e Stanislav Ulam (SOBOL, 1994).

O MMC é hoje usado rotineiramente em muitos campos de conhecimentos que vão desde simulação de complexos fenômenos físicos a fenômenos econômicos. Todavia, mesmo antes do Projeto *Manhattan*, Sobol (1994) afirma que muitos problemas estatísticos foram resolvidos, por amostragem aleatória utilizando-se do MMC. Devido ao fato de que simulação de variáveis aleatórias desenvolvidas manualmente tornar-se muito trabalhosa, o uso do MMC ficou restrito a pouquíssimos especialistas, vindo a constituir uma técnica numérica universal somente com o advento da tecnologia da informação (computador). Na verdade, seu campo de aplicação tem se expandindo a cada nova geração de computadores. O MMC pode ser comparado aos métodos numéricos discretos convencionais, os quais tipicamente são aplicados utilizando equações diferenciais ordinárias ou parciais que descrevem algum fenômeno físico ou sistema matemático a ser resolvido algebricamente (SOBOL, 1994).

Sobol (1994) destaca ainda que usando o MMC, o processo físico é simulado diretamente, tornando desnecessário escrever as equações diferenciais que descrevem o comportamento do sistema. A única exigência é que o sistema físico ou matemático seja descrito em termos de funções de densidade de distribuição de probabilidade (FDP). Uma vez conhecidas as FDP's, a Simulação Monte Carlo (SMC) pode proceder fazendo as amostragens aleatórias a partir das mesmas. Para cada valor gerado aleatoriamente, gera-se, por meio da FDP, um valor correspondente. Este processo é repetido inúmeras vezes e o resultado desejado é obtido por uma média e desvio padrão sobre um determinado número de observações que podem chegar a milhões.

Em muitas aplicações, dado o nível de erro estatístico aceitável ou previsto, pode-se estimar o número de interações que o método precisa para alcançar o dado que apresenta erro. Em síntese, pode-se dizer que o MMC é um método estatístico que envolve o desenvolvimento de inúmeras simulações usando números aleatórios e distribuição de probabilidades para gerar a solução aproximada de determinado problema.

A figura 1 ilustra a idéia genérica do MMC. Assumindo que o comportamento do sistema possa ser descrito por uma função de densidade de probabilidade (FDP), o MMC procede a amostragem a partir desta FDP, utilizando um rápido e efetivo meio de gerar números aleatórios uniformemente distribuídos dentro do intervalo $[0,1]$. Os resultados desta amostragem aleatória devem ser acumulados ou apropriadamente manipulados para produzir o resultado desejado. No entanto, a essencial característica do MMC é o uso da amostragem aleatória para chegar a solução do problema. Em contraparte, a abordagem numérica convencional iniciaria com o modelo matemático do sistema representado por equações diferenciais e resolvendo as equações em um conjunto algébrico para um estado desconhecido do sistema (SOBOL, 1994).



Fonte: Sobol (1994)

Figura 1: Simulação Monte Carlo de um Sistema Genérico

3. PROCESSO ESTOCÁSTICO ESTACIONÁRIO E ESTACIONARIEDADE

Enders (2003) define um processo aleatório ou processo estocástico como um conjunto de variáveis aleatórias ordenadas no tempo e representadas por $\{y_t\}$. Para o propósito do estudo apresentado por este artigo, um processo estocástico estacionário pode ser definido como uma série de valores aleatórios que se realizam no tempo com média constante, variância constante e covariância constante para cada defasagem. Formalmente, um processo estocástico é estacionário segundo Enders (2003, p.69), se para todo t , $t-s$ e j :

$$(1) E(y_{t-s}) = \mu$$

$$(2) E[(y_t - u)^2] = E[(y_{t-s} - u)^2] = \sigma_y^2$$

$$(3) E[(y_t - u)(y_{t-s} - u)] = E[(y_{t-j} - u)(y_{t-j-s} - u)] = \gamma_s$$

Onde μ (média), σ_y^2 (variância) e γ_s^2 (covariância) são constantes e s e j são defasagens.

Por outro lado, Enders (2003) coloca que um processo estocástico é dito não-estacionário se sua média varia com o tempo ou sua variância varia com o tempo ou mesmo, ocorrem ambas as situações. A estacionariedade ou não estacionariedade de uma série tem implicações diretas sobre o comportamento e propriedades da mesma. Uma mudança inesperada, ou não, também chamada de “choque”, ou simplesmente termo do erro, incide sobre uma variável de uma série temporal estacionária durante um determinado período, desaparecendo com o tempo. No entanto, numa série não-estacionária, o efeito de um “choque” sobre a mesma permanecerá no sistema indefinidamente.

Vale ressaltar que o uso de séries não estacionárias em algumas situações pode trazer conseqüências desagradáveis. Isso porque, variáveis não relacionadas, geradas por processos estocásticos não-estacionários, quando submetidas à análise de regressão podem apresentar parâmetros estimados estatisticamente significantes e, R^2 alto, porém sem sentido. Se uma série temporal não for estacionária, a análise de seu comportamento só fará sentido para o momento considerado. Em conseqüência disso, não se pode fazer generalizações e nem, portanto, previsões.

3.1 testes de estacionariedade e correlograma amostral

Conforme Gujarati (2006), o correlograma amostral constitui em um teste simples de estacionariedade comumente apresentado nos livros textos de econometria. Ele está baseado na função de autocorrelação definida como:

$$(4) \rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

Onde γ_k é a covariância com defasagem k e γ_0 é a variância do processo estocástico. Como ambos os termos da equação (4) possuem as mesmas unidades de medida, a autocorrelação, ρ_k é adimensional, sem unidade de medida. E como qualquer coeficiente de correlação se situa entre +1 e -1, ou seja, $-1 < \rho_k < 1$. O gráfico obtido pelo traçado dos valores estimados de ρ_k contra k é chamado de correlograma. Destaca-se ainda que o uso do correlograma como teste estacionariedade constitui em comparar a correlação série em estudo com o correlograma do chamado: ruído branco, o qual representa uma típica série estacionária.

Para testar a hipótese conjunta de que todos os coeficientes de correlação são iguais a zero utiliza-se a estatística Q desenvolvida por *Box e Pierce*, que mostraram que Q tomada como:

$$(5) Q = T \sum_{k=1}^K \hat{\rho}_k^2$$

Por outro lado, destaca-se que em amostras grandes, a distribuição é aproximadamente qui-quadrado com K graus de liberdade. Com estas informações, pode-se pressupor testar a estacionariedade das séries utilizando o seu correlograma amostral, que em geral são gerados pelos softwares estatísticos em forma gráfica, em conjunto com os valores da estatística- Q e da estatística- p , correspondente para cada k .

3.2 Testes da raiz unitária

Gujarati (2006) expõe que embora o correlograma amostral seja uma ferramenta útil para detectar a possível presença de raízes unitária, o método é inerentemente impreciso. O seu formato gráfico o torna prático e de fácil utilização, mas pode produzir resultados equivocados. O que pode parecer uma raiz unitária para um pesquisador pode não parecer para outro.

Segundo Brooks (2002) embora choques ao processo de raiz unitária (processo não-estacionário) permanecem indefinidamente no sistema, a função de autocorrelação (FAC) de um processo de raiz unitária (caminho aleatório) será visto decaindo suavemente até atingir zero. Assim, um processo altamente persistente pode ser visto equivocadamente como um processo estacionário. Um processo próximo da raiz unitária (ou raiz quase igual a um) tem a mesma forma de FAC. Por exemplo, o correlograma de processo estacionário AR (1) $\rho_1 = 0.99$ exibirá o tipo de decaimento gradual indicativo de processo não estacionário. Além disto, não é possível usar função de autocorrelação para determinar se uma série possui uma raiz unitária ou não.

Portanto, o que se exige alguma espécie de procedimento de teste formal para determinar a estacionariedade é que se seja capaz de responder se o processo que gera a série y_t possui ou não, uma ou mais raízes unitárias. O pioneiro trabalho sobre teste de raiz unitária em séries por Dickey e Fuller (1979) compreende que o objetivo básico do teste é examinar a hipótese nula estabelecida como $\phi = 1$ na equação

$$(6) \quad y_t = \phi y_{t-1} + \mu_t$$

Contra a hipótese alternativa $\phi < 1$. Assim as hipóteses de interesse podem ser estabelecidas como:

H_0 : a série contém uma raiz unitária

H_1 : a série é estacionária.

Na prática, a seguinte regressão é empregada, em vez da anterior equação anterior (6), por fácil computação e interpretação

$$(7) \quad \Delta y_t = \phi y_{t-1} + \mu_t$$

De forma que testar $\phi = 1$ é equivalente testar $\phi = 0$, desde que $\phi - 1 = \phi$.

Dickey e Fuller (1979) consideram três diferentes equações que podem se usadas para regressões, podendo estas ser utilizadas por meio de OLS para testar a presença da raiz unitária, apresentadas a seguir:

$$(8) \quad \Delta y_t = \phi y_{t-1} + \mu_t$$

$$(9) \quad \Delta y_t = \alpha + \phi y_{t-1} + \mu_t$$

$$(10) \quad \Delta y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + \mu_t$$

A diferença das três equações é a presença dos elementos determinísticos α e βt . A primeira é um processo estocástico com caminho aleatório puro, a segunda adiciona um intercepto e a terceira inclui ambos, intercepto e uma tendência linear. O parâmetro de interesse em todas três equações é ϕ . Se $\phi = 0$, o processo $\{y_t\}$ contém uma raiz unitária. Os testes de Dickey-Fuller são também conhecidos como τ -testes: τ , τ_μ e τ_τ . O segundo e

terceiro testes, τ_μ e τ_τ , são equivalentes ao primeiro, exceto que o segundo e o terceiro permitem uma constante e, uma constante e uma tendência determinística respectivamente.

Ao desenvolver os testes para as três equações Dickey e Fuller (1979) pressupunha situação onde o termo do erro, μ_t , era não correlacionado. Para ampliar o campo de aplicação do teste, ou seja, prevendo situações onde μ_t apresentasse correlação, eles desenvolveram um teste conhecido como Teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF). Semelhante ao teste anterior, o segundo teste se aplica por meio de três equações acrescidas dos valores do defasados da variável dependente Δy_t , como variável independente e usa as mesmas estatísticas τ , τ_μ e τ_τ e os mesmo valores críticos. As equações são apresentadas a seguir:

$$(11) \Delta y_t = \varphi y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \delta_i \Delta y_{t-i+1} + \mu_t$$

$$(12) \Delta y_t = \alpha + \varphi y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \delta_i \Delta y_{t-i+1} + \mu_t$$

$$(13) \Delta y_t = \alpha + \beta t + \varphi y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \delta_i \Delta y_{t-i+1} + \mu_t$$

A hipótese nula do ADF é que o processo $\{y_t\}$ contém uma raiz unitária ou, em outras palavras, é não estacionário a um determinado nível de significância. Contudo, o poder dos testes de raiz unitária que possuem como hipótese nula a não estacionariedade tem sido questionado por Schwert (1987) e DeJong e Whiterman (1991). Segundo estes autores, estes testes raiz unitária tendem a aceitar a hipótese nula com muita frequência, mais que a alternativa de estacionariedade, parecendo que a tendência em aceitar a hipótese nula por parte destes testes pode ser simplesmente devido os testes terem baixo poder quando se trata de processos autoregressivos estáveis com raízes próximas da unidade.

Tendo em vista a crescente controvérsia em torno deste de raiz unitária, uma diferente série de testes tem sido propostos. Dentre esses testes, se destaca o KPSS, desenvolvido por Kwiatkowski, Phillips, Schmidt a Shin (1992), que foi aplicado neste estudo em conjunto ao ADF. Ao contrario do ADF, o teste KPSS, considera como hipótese nula que a série é estacionária, ou estacionária em torno de uma tendência determinística, contra a hipótese alternativa que um caminho aleatório está presente. Para aplicação do teste KPSS, as séries são expressas como a soma de uma tendência determinística, um caminho aleatório e um erro estacionário tal como:

$$(14) y_t = \beta t + r_t + \varepsilon_t \text{ Onde:}$$

(15) $r_t = r_{t-1} + \mu_t$ e $\mu_t \sim \text{NID}(0, \sigma_\mu^2)$ (NID significa distribuído de maneira normal e independente)

Conforme Kwiatkowski *et al* (1992), o teste KPSS testa a hipótese que r_t tem variância zero, ou seja, $\sigma_\mu^2=0$. Se $\sigma_\mu^2=0$, o caminho aleatório da equação acima (15), r_t , torna-se constante, e assim, a série $\{y_t\}$ pode ser tomada como estacionária com tendência. A distribuição assintótica da estatística é derivada sob a hipótese nula e alternativa e o teste está baseado na estatística *LM* dada por:

$$(16) LM = \left(\frac{1}{T^2} \right) \left(\frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\sigma_k^2} \right) \text{ onde } S_t = \sum_{i=1}^t v_i \quad t = 1, \dots, T$$

Sendo v_t o termo residual da regressão da série y_t com intercepto, e σ_k^2 é a estimativa consistente da variância de longo prazo de y_t e T representa o tamanho da amostra. Kwiatkowski *et al* (1992) caracterizaram a distribuição de LM e forneceram os valores críticos dela. Se os valores calculados de LM é muito grande, hipótese nula (estacionariedade) é rejeitada pelo teste KPSS

Muitos estudos têm utilizado testes que consideram inexistência de raiz unitária como hipótese nula como um complemento aos chamados testes de raiz unitária. Contudo, testando a hipótese de raiz unitária e a hipótese de estacionariedade, podem-se distinguir séries que parecem ser estacionárias, séries que parecem ter uma raiz unitária, e séries para as quais os dados ou testes, não possuem informações suficientes para garantir que essas são estacionárias ou integradas.

4. METODOLOGIA

Os dados utilizados neste estudo foram obtidos junto ao Centro de Estudos Avançado em Economia Aplicada (CEPEA) da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ) da Universidade do Estado de São Paulo (USP). Os dados referem-se a uma amostra de 1917 preços diários a vista da arroba do boi gordo no Estado de Goiás e futuros da arroba do boi gordo no mercado futuro da Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), do período que vai de 2 de maio de 2001 a 30 de agosto de 2008.

A referência de preços para liquidação dos contratos futuros de boi gordo na BM&F, assim como para composição do indicador ESALQ/BM&F no ajuste diário dos contratos futuros em aberto baseiam-se nos preços em reais por arroba de boi gordo praticados nas principais regiões produtoras do Estado de São Paulo, mais precisamente: Presidente Prudente, Araçatuba, Bauru/Marília e São José do Rio Preto. Entretanto, ressalta-se que o peso de cada região na composição do indicador é definido com base nos dados de volume de abate dos frigoríficos amostrados, que são atualizados mensalmente. A participação de cada região é definida pela soma dos volumes de abate das unidades que possuem cadastro no Serviço de Inspeção Federal (SIF), consideradas no levantamento do dia. Tem-se, desta forma, um painel mensal de ponderação que leva em conta os padrões sazonais de abate de cada região. Quando uma unidade sai da amostra, devido à falta de relato do preço ou exclusão pelo critério estatístico, o peso relativo dessa unidade é redistribuído entre as demais. Desse modo, o sistema de ponderação pode modificar-se diariamente, de acordo com a participação dos frigoríficos na amostra (CEPEA, 2008).

Os preços futuros e a vista foram organizados constituindo-se em séries temporais de preços do boi gordo no mercado futuro na BM&F e no mercado físico para o Estado de Goiás. Posteriormente, as séries temporais foram verificadas quanto ao contexto da estacionariedade, utilizando-se dos cálculos (funções) de autocorrelação e representação gráfica a partir do correlograma e, por meio do teste da raiz unitária, ambos, utilizados como ferramentas de detecção do nível de estacionariedade das séries.

Foram realizados os testes de raiz unitária, sendo inicialmente aplicado o teste de *Dickey-Fuller* ampliado (ADF) sendo que, segundo Dickey e Fuller (1981) a hipótese nula do ADF é que as variáveis contêm a raiz unitária, ou melhor, as mesmas não são estacionárias a determinado nível de significância. Devido a inúmeras controvérsias em torno dos testes para detecção da raiz unitária, foi aplicado também o teste KPSS proposto por Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992). No teste KPSS, diferente do ADF, a hipótese nula é que a série é estacionária em torno de uma tendência determinística. Assim sendo, as séries são expressas como a soma de uma tendência determinística, de uma *random walk* (um caminho aleatório) e de um erro estacionário.

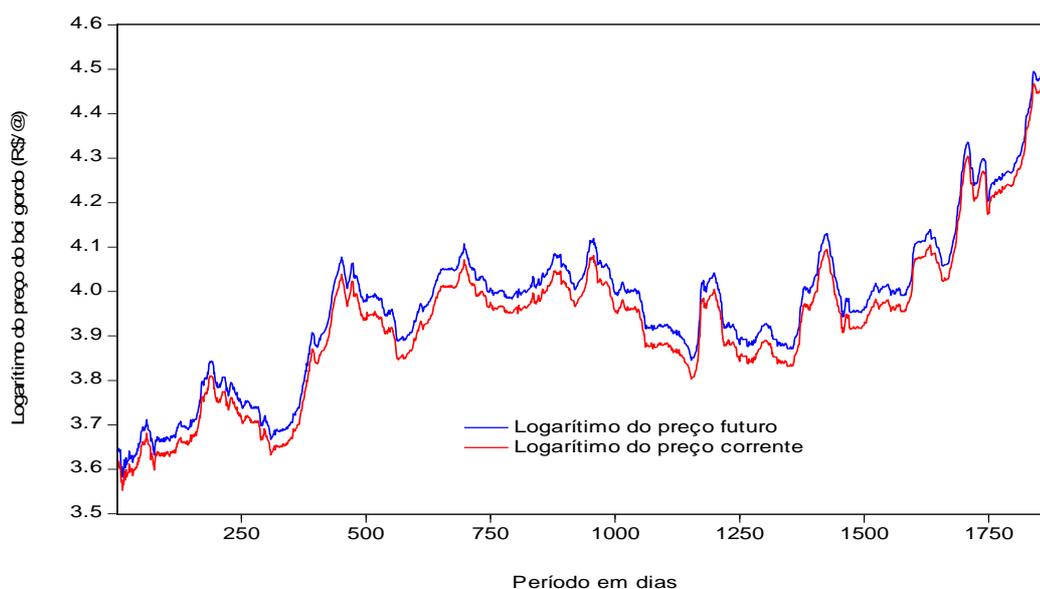
Após a análise de estacionariedade das séries de preços pela aplicação dos testes ADF e KPSS, estimou-se a razão de *hedge* ótima pela operação do Método Monte Carlo (MMC). O

MMC foi simulado para 30.000 iterações. A partir da simulação pelo MMC pode-se identificar a razão de *hedge* ótima dentro do padrão de erro aceitável de 0,002.

No contexto metodológico, ressalta-se que os cálculos, tabelas e gráficos a serem efetivados neste estudo foram obtidos a partir da utilização dos *softwares*: *Microsoft Excel 2007*, componente do pacote *Office Professional Edition 2007* e *software @risk*, componentes especialmente utilizados com objetivo de efetuar os cálculos matemáticos, estatísticos, econométricos e efetuar as simulações a partir dos dados obtidos, permitindo melhorar a eficiência e precisão na utilização dos dados coletados para composição do estudo.

5. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DAS SÉRIES TEMPORAIS

Para se obter um quadro geral de ambas as séries (preços a vista e futuros), o logaritmo dessas podem ser visualizados na figura 2. Percebe-se que o comportamento de uma série em relação à outra parece indicar estas estão fortemente correlacionadas. Da óbvia tendência temporal exibida no diagrama, suspeita-se que elas sejam caracterizadas como não estacionárias, ao nível. Na sequência, é testada a estacionariedade das séries a partir dos testes ADF (teste de *Dicky-Fuller* ampliado) e KPSS (teste da raiz unitária de *Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin*).



Fonte: CEPEA (Dados) - (Gráfico Elaborado pelos Autores)

Figura 2: Evolução do preço corrente e preço futuro da arroba do boi gordo do mercado futuro.

A figura 2 mostra a evolução dos preços correntes da arroba do boi gordo para o Estado de Goiás e futuro da arroba do boi gordo no mercado futuro, indicando que as séries apresentam comportamentos aparentemente não-estacionários e altamente correlacionados.

A figura 3 apresenta os correlogramas amostrais dos preços (correntes e futuros) para 26 defasagens ($k = 26$). Observando os correlogramas, nota-se que as duas séries são aparentemente não-estacionárias ao nível. Os valores da estatística Q são muito altos e os valores da estatística valor- p correspondentes são menores que 0,001; indicando forte evidência de que todas auto-correlações são maiores que zero.

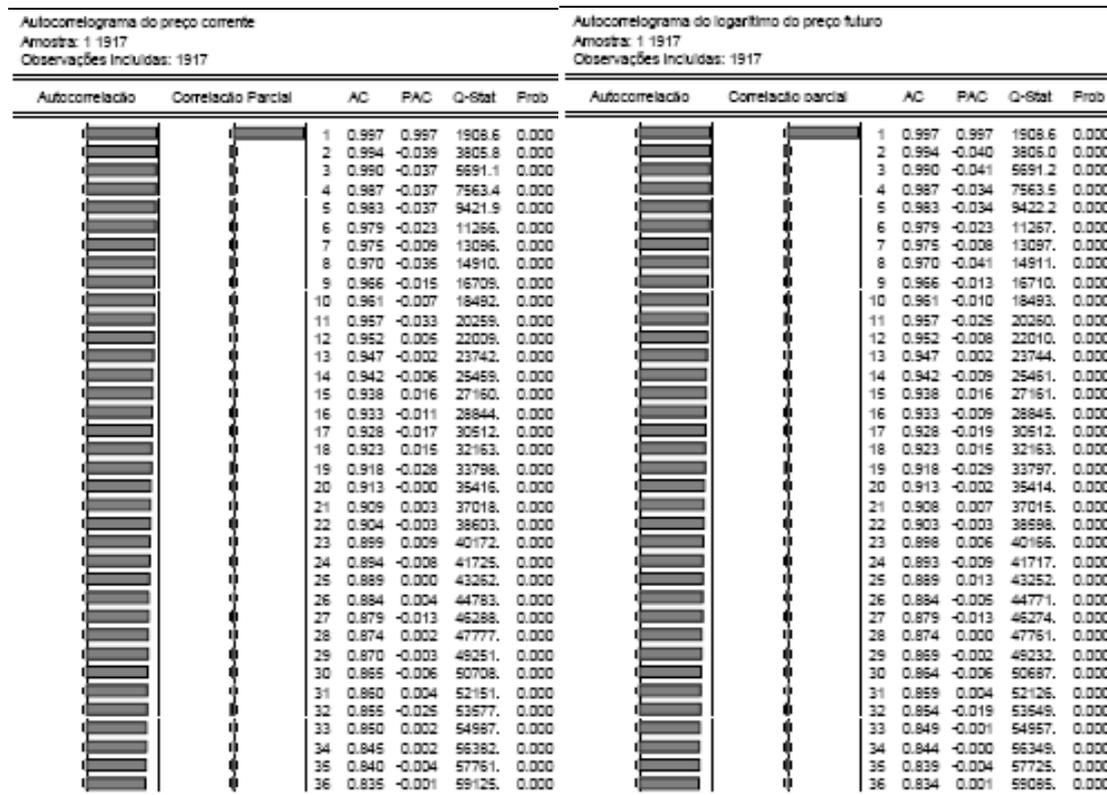
Visando analisar a estacionariedade de forma mais consistente, foram aplicados às séries os testes de raiz unitária de *Dickey-Fuller* ampliado (ADF) e o teste de *Kwiatkowski-*

Phillips-Schmidt-Shin (KPSS). O ADF tem como hipótese nula a não estacionariedade e o KPSS tem como hipótese nula, o oposto, ou seja, a estacionariedade.

Quanto aos testes, coloca-se que para que a série seja estacionária, o teste ADF deve rejeitar a sua hipótese nula e o teste KPSS deve aceitar a sua hipótese nula. Em relação ao teste ADF, foram testadas a três equações, (11), (12) e (13), seguindo o procedimento recomendado por Enders (2003).

Para a série preços futuros, os resultados mais consistentes, como exposto na tabela 1 do apêndice, onde se utilizou a equação (11), e foi relatado que o intercepto e a tendência se mostraram insignificantes comparadas as outras equações. Já a estatística *Durbin-Watson* (DW) = 2,00, e a estatística calculada de *Dickey-Fuller* (1,546338) se apresentaram acima do valor crítico a 1% (-2,566172), aceitando a hipótese nula, portanto pode-se afirmar que a série contém uma raiz unitária, com confiabilidade de 99%.

Quanto ao teste KPSS aplicado a série de preços futuros, como mostra a tabela 2 do apêndice, este apresentou a estatística KPSS (*LM*) calculada igual a 0.509061, valor maior que o valor crítico a 1% (0,21600), rejeitando-se a hipótese nula. Destaca-se que o teste KPSS indica que a série é estacionária, confirmando o resultado encontrado pelo teste ADF.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 3: Correlograma amostral do preço corrente, à esquerda, e preço futuro, à direita.

Os resultados para a série de preços correntes, apresentados nas tabelas 3 e 4, são semelhantes aos da série de preços futuros. A hipótese nula é aceita no teste ADF com o valor da estatística calculado igual a 1,469850 e o valor crítico igual a (-2,566173) a 1% e, com a estatística *DW* = 2,02. A hipótese nula no teste KPSS é rejeitada, com estatística *LM* calculada igual 0,511099 e valor crítico igual a 0,216000 a 1%. Portanto, confirma os resultados da série de preços futuros. A série de preços correntes se apresenta como um processo não estacionário ao nível, com 99% de confiabilidade.

Um modelo para representar o processo gerador das séries necessita que as distribuições de probabilidade sejam estáveis. As séries preços futuros e preços correntes não são estacionárias e, portanto não servem a este propósito.

No entanto, como se trata de um portfólio, torna-se também interessante construir modelos para conhecer como os valores mudam com o tempo. Com este propósito, testou-se as séries em suas primeiras diferenças. Foram novamente aplicados os testes ADF e KPSS. O teste ADF aplicado à série de preços futuros na sua primeira diferença, como mostra tabela 5 do apêndice, apresentou o resultado da estatística do teste ADF igual a $-14,59956$, $DW=1,999$ contra um valor crítico igual a $(-2,566172)$ a 1%, rejeitando-se a hipótese nula com grau de confiabilidade de 99%, ou seja, aceitando a hipótese alternativa, qual seja, a série é estacionária na sua primeira diferença.

O teste KPSS aplicado à mesma série, como mostra tabela 6, apresentou a estatística LM calculada igual a $0,097169$ contra um valor crítico igual a $0,739000$ a 1%, aceitando-se portanto a hipótese nula do teste, confirmando o resultado do teste ADF, ou seja, a série é estacionária na sua primeira diferença.

O teste ADF aplicado a série de preços correntes na sua primeira diferença, como mostra tabela 7, apresentou a estatística do teste ADF igual a $-12,98137$, $DW=2,03$ contra valor crítico igual a $(-2,566173)$ a 1%, rejeitando a hipótese nula do teste, com grau de confiabilidade de 99%, ou seja, aceitando-se a hipótese alternativa a série é estacionária na sua primeira diferença. O teste KPSS aplicado à mesma série na sua primeira diferença, como mostra tabela 8 do apêndice, apresentou estatística LM calculada igual $0,100893$ contra valor crítico de $0,739000$ a 1%, aceitando-se a hipótese nula do teste e confirmando resultado do teste ADF, ou seja, a série é estacionária em sua primeira diferença.

Os resultados dos testes de estacionariedade mostraram que se pode modelar um processo estável a partir das séries em suas primeiras diferenças. Contudo, outro aspecto importante para a modelagem e seu respectivo processo de simulação foi evidenciado pelo gráfico da figura 1. Isso porque, as séries se desenvolvem emparelhadas indicando certo grau de interdependência entre elas. Submetendo as séries em suas primeiras diferenças à análise de correlação de Pearson, permitiu encontrar um coeficiente significativo $\rho_{\Delta PF \Delta PS} = 0,979$ (valor $p < 0,001$). Em seguida as séries em suas primeiras diferenças foram ajustadas à distribuição normal. A série de preços futuros na sua primeira diferença apresentou média $\mu_{\Delta PF} = 0,0244$ e desvio padrão $\sigma_{\Delta PF} = 0,03297$. Enquanto isso, a série de preços correntes na sua primeira diferença apresentou média $\mu_{\Delta PS} = 0,0237$ e desvio padrão $\sigma_{\Delta PS} = 0,3253$. De posse de todas estas informações empíricas foi possível modelar o processo que gera as séries por uma distribuição conjunta representada por duas distribuições normais interligadas por um fator de correlação.

5.1. Modelagem da razão ótima de *hedge*

Dado que as séries são estacionárias ao nível, o modelo para se encontrar razão de *hedge* ótima foi desenvolvido a partir das primeiras diferenças, para as quais as séries são estacionárias, condição sob a qual, supostamente, pode-se considerar, a média constante e o desvio padrão constante, assim como, a covariância constante para cada defasagem. Onde, S_t : preço corrente; ΔS_t : variação do preço corrente no período; $\mu_{\Delta S}$: média da variação do preço corrente no período; $\sigma_{\Delta S}$: desvio padrão da variação do preço corrente no período; F_t : preço corrente; ΔF_t : variação do preço corrente no período; $\mu_{\Delta F}$: média da variação do preço corrente no período; $\sigma_{\Delta F}$: desvio padrão da variação do preço corrente no período; e, $\rho_{\Delta S, \Delta F}$: correlação entre variação no preço corrente e variação no preço futuro.

A equação (17) fornece preço corrente para próximo período, dado a o preço corrente atual somado a variação do preço corrente entre t e $t+1$ dada, por sua vez, pela distribuição de probabilidade da variação do preço corrente ente t e $t+1$.

$$(17) S_{t+1} = S_t + N(\mu_{\Delta S}, \sigma_{\Delta S}),$$

Similarmente à equação (17), a equação (18) fornece o preço futuro para próximo período, dado o preço futuro atual somado a variação do preço futuro entre t e $t+1$ que por sua vez é fornecido pela distribuição de probabilidade da variação do preço futuro ente t e $t+1$, conforme segue:

$$(18) F_{t+1} = F_t + N(\mu_{\Delta F}, \sigma_{\Delta F}),$$

Como visto anteriormente, uma vez que a variação do preço corrente e preço futuros estão positivamente correlacionadas pode-se modelar a inter-relação entre as distribuições que representam, utilizando a sugestão Anderson, Dillon e Hardaker, (1997). Se ΔF e ΔS estão correlacionados por meio do coeficiente de correlação $\rho_{\Delta F \Delta S}$ e possuem respectivamente médias $\mu_{\Delta F}$ e $\mu_{\Delta S}$ e desvios padrões $\sigma_{\Delta F}$ e $\sigma_{\Delta S}$, os valores esperados condicionados de ΔF e ΔS podem ser dados pelas equações (19), (20), (21) e (22):

$$(19) E(\Delta F | \Delta S = \Delta S^*) = \mu_{\Delta F} + \rho_{\Delta F \Delta S} \left(\frac{\sigma_{\Delta F}}{\sigma_{\Delta S}} \right) (\Delta S^* - \mu_{\Delta S}), \text{ valor esperado de } \Delta F$$

$$(20) V(\Delta F | \Delta S = \Delta S^*) = \sigma_{\Delta F}^2 (1 - \rho_{\Delta F \Delta S}^2), \text{ variância de } \Delta F$$

$$(21) E(\Delta S | \Delta F = \Delta F^*) = \mu_{\Delta S} + \rho_{\Delta F \Delta S} \left(\frac{\sigma_{\Delta S}}{\sigma_{\Delta F}} \right) (\Delta F^* - \mu_{\Delta F}), \text{ valor esperado de } \Delta S$$

$$(22) V(\Delta S | \Delta F = \Delta F^*) = \sigma_{\Delta S}^2 (1 - \rho_{\Delta F \Delta S}^2), \text{ variância de } \Delta S$$

Dada a distribuição condicionada da variação dos preços corrente e futuros, obtêm-se para um dado valor da razão de hedge, a variação do valor do portfólio entre os períodos t e $t+1$ podendo estas ser obtidas com base nas equações (23) e (24).

$$(23) \Delta V = (S_{t+1} - S_t) + h(F_{t+1} - F_t), \text{ mudança no valor do portfólio;}$$

$$(24) \Delta V = \Delta S_{t+1} + h\Delta F_{t+1}$$

Portanto, utilizando as séries históricas do preço corrente e do preço futuro e, de posse das equações acima, podemos proceder então proceder a Simulação Monte Carlo (SMC) para se determinar o valor de h^* (razão de *hedge* ótima), ou seja, o valor de h que minimiza o risco do portfólio medido pelo seu desvio padrão.

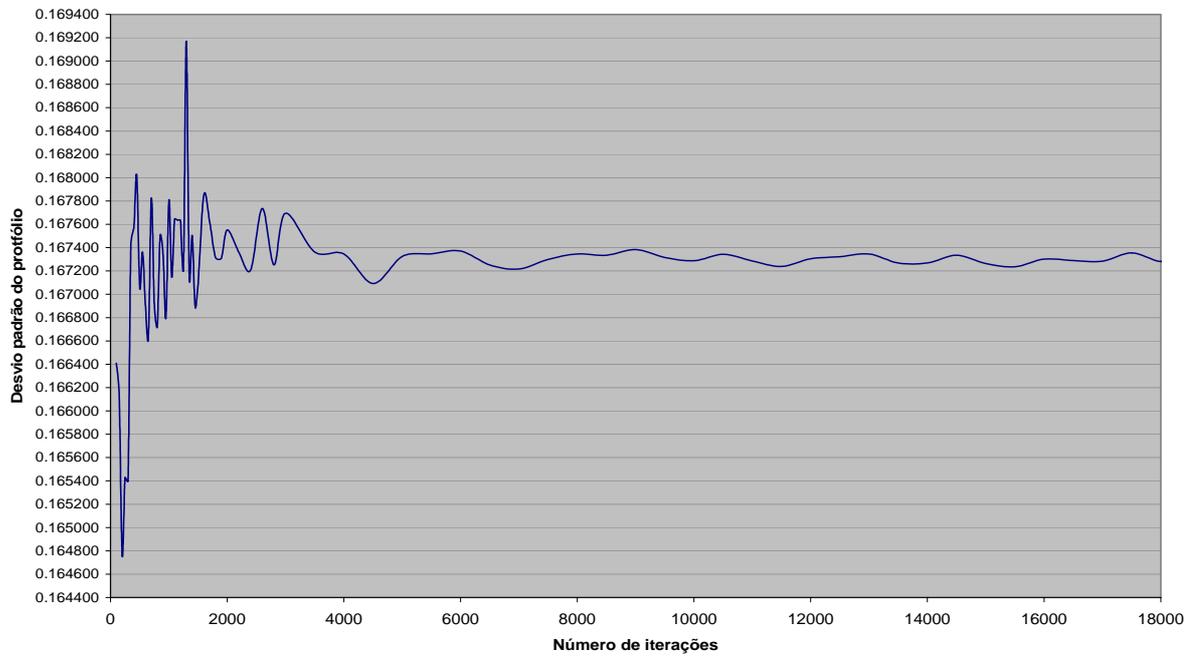
6. APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO MONTE CARLO PARA ESTIMAÇÃO DA RAZÃO DE HEDGE ÓTIMA

Para simulação foi utilizada a sugestão de Winston (2001) referentes às funções do *software @risk*. A primeira preocupação posta, após a montagem do modelo no software Excel foi acerca do número de iterações de cada simulação. Esta questão foi resolvida simulando a equação (24) para 18.000 iterações. Conforme pode ser observado na figura 4, o desvio padrão da variação valor do portfólio para uma dada razão de hedge ótima converge para um valor que oscila entre 0,1672 e 0,1674 a partir de 6.000 iterações.

No entanto, aplicando-se a equação (25) para um erro (e) igual 0,002, $z = 1,96$ e estimativa de desvio padrão (σ) igual a 0,17, encontrou-se o número mínimo de iterações igual 27.755. Por questão de segurança, o modelo foi simulado utilizando 30.000 iterações considerando a razão de *hedge* variando ente 0 e 1.1.

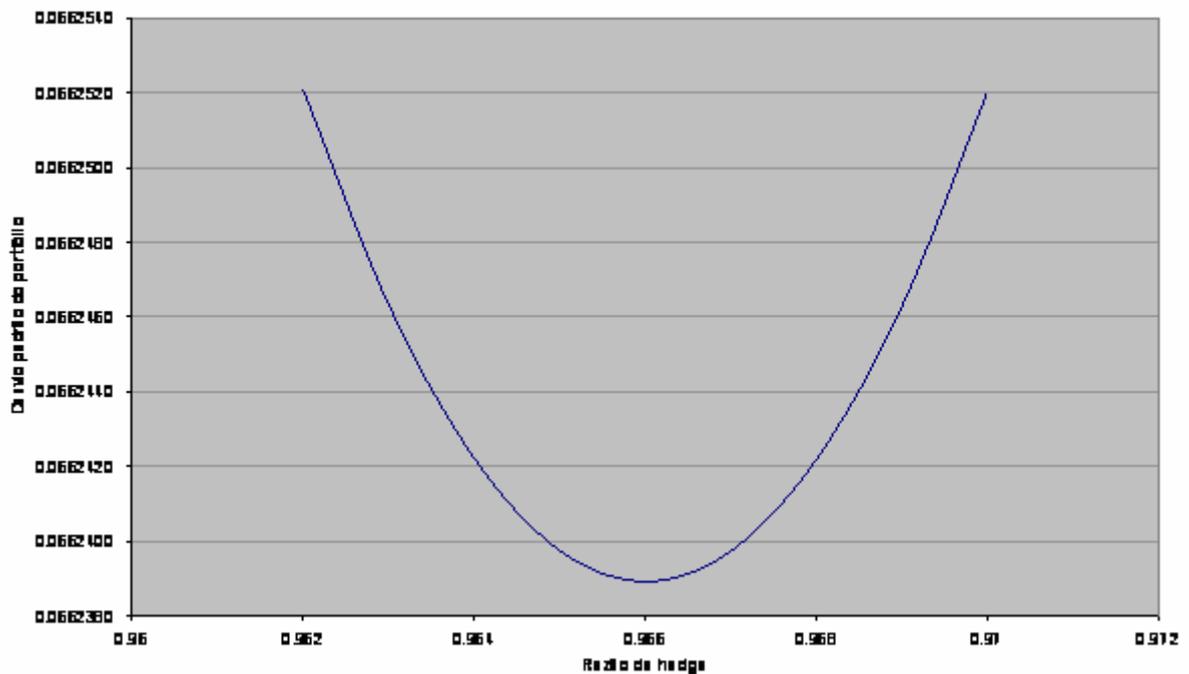
$$(25) n = z_{\alpha/2}^2 \left(\frac{\sigma}{e} \right)^2$$

A figura 5 apresenta a relação entre o desvio padrão e a razão de *hedge* ótima do portfólio fornecido pela simulação e a razão de hedge que minimiza o desvio padrão do portfólio. O valor da razão de *hedge* ótima como mostra a figura 5, é igual a 0,966. Como o erro (ϵ) para o número de iterações (simulações) igual a 0.002, é razoável tomar a razão de *hedge* ótima entre 0,968 e 0,964.



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 4: Convergência do desvio padrão do portfólio e número de iterações



Fonte: Dados da pesquisa

Figura 5: Razão de Hedge ótima e desvio padrão do portfólio

7. CONCLUSÕES

Após a realização do estudo, ressalta-se Método Monte Carlo (MMC) é um método estatístico que envolve o desenvolvimento de inúmeras simulações usando números aleatórios e distribuição de probabilidades para gerar a solução aproximada de determinado problema. No entanto, destaca-se que o MMC é também uma técnica acessível e aplicável a uma ampla variedade de problemas complexos, como o caso da estimação da razão de *hedge* ótima.

Assim sendo, neste estudo, a partir da utilização dos os preços correntes e futuros da arroba do de boi gordo para o Estado de Goiás e no mercado futuro da BM&F respectivamente, foi utilizado o Método Monte Carlo (simulação) para calcular a razão de *hedge* ótima.

Inicialmente foi aplicado a análise da estacionariedade das séries, onde, concluiu-se que se deveria trabalhar como as séries nas suas primeiras diferenças. A seguir foram ajustadas as distribuições de probabilidades às séries nas suas primeiras diferenças. Dadas as distribuições de probabilidades foram realizados os cálculos e simulações preliminares para determinar o número mínimo de iterações, o qual se definiu em 27.755, para um erro aceitável de 0.002.

O modelo foi simulado para 30.000 iterações e o valor encontrado para a razão de *hedge* ótima ficou em torno de 0,966. Resultado este obtido dentro de um parâmetro de erro aceitável de 0,002, resultado bastante razoável ao considerar a razão de *hedge* ótima entre 0,968 e 0,964, intervalo este, muito próximo ao encontrado por Oliveira Neto e Figueiredo (2008), que anteriormente, utilizando-se do modelo de Meyer & Tompson (1989) encontraram um resultado igual a 1,115.

Entretanto, ressalta-se a redução da variância do portfólio (razão de *hedge* ótima) como fator primordial na minimização do risco a partir da utilização do Método Monte Carlo, o que serve como ponto de partida para futuras estudos e pesquisas que visem potencializar os retornos a partir da utilização do mercado futuro como instrumento de proteção contra as incertezas na formação de preços no mercado físico de *commodities* agropecuárias.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, J. R.; DILLON, J. L.; HARDARKER, B. **Agricultural decision analysis**. Yowa: Yowa State University, 1977.

BROOKS, Chris. **Introductory econometrics for finance**. New York: Cambridge University Press, 2002.

CENTRO DE ESTUDOS AVANÇADOS EM ECONOMIA APLICADA – CEPEA. **Agromensal**. Disponível em: <http://www.cepea.esalq.usp.br/boi/> Acesso em: 10 de outubro de 2008.

DEJONG, D. N.; WHITERMAN, H. Reconsidering trends and random walks in macroeconomic time series. **Journal of Monetary Economics**. 1991.

DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American Statistical Association**. 427-431, 1979.

ENDERS, Walter. **Applied Econometrics Time Series**. Danvers: John Wiley & Sons, 2003.

FUTURES INDUSTRY INSTITUTE. **Curso de futuros e opções**. 1. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2002.

HULL, John C. **Opções, futuros e outros derivativos**. 3. ed. São Paulo: Bolsa de Mercadorias e Futuros, 2003.

KWIAKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the alternative of stationary against the alternative of a unit root: how sure are we that economic time series have a unit root?. **Journal of Econometrics**. p. 159-178, 1992.

OLIVEIRA NETO, O. J. FIGUEIREDO. Mensuração e análise da eficiência das operações de *hedge* na comercialização do boi gordo para o Estado de Goiás In: XIX ENANGRAD - ENCONTRO NACIONAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO, 2008, Curitiba. **Anais**. Rio de Janeiro: ANGRAD, 2008.

SCHWERT, G. Effects of model specification on tests for unit roots in macroeconomic. **Journal of Monetary Economics**. p. 73-103, 1987.

SOBOL, L. M. A. **Primer for the Monte Carlo Method**. CRC Press Florida: Boca Raton, 1994.

WINSTON, W. L. **Simulation Modeling using @risk**. Pacific Grove: Duxbury, 2001.