

Área temática: Finanças

Título do Trabalho: Vale a Pena Investir em Fundos no Brasil?

AUTORES

BRUNO BUSCARIOLLI PEREIRA

Universidade de São Paulo
brunoatusa@hotmail.com

RICARDO BUSCARIOLLI PEREIRA

Universidade de São Paulo
ribusca@yahoo.com

JOSÉ ROBERTO FERREIRA SAVOIA

Universidade de São Paulo
jrsavoia@usp.br

Resumo

Esse trabalho faz uma investigação sobre a capacidade dos gestores de fundos de ações do Brasil em montar carteiras rentáveis. Foram comparados 28 fundos de ações no Brasil no período de outubro de 2004 a outubro de 2008 a 200 carteiras de ações geradas aleatoriamente pelo mesmo período com relação ao risco e rentabilidade, buscando-se descobrir se os gestores destes fundos oferecem a seus cotistas uma performance média superior a carteiras escolhidas aleatoriamente e ao Ibovespa.

Palavras-chave

[Seleção de Portfólio, Carteira Aleatória, Fundos de Investimento]

Abstract

This paper investigates the ability of Brazilian stock fund managers to pick a high return stock portfolio. A comparison was made between 28 real stock funds and 200 randomly generated portfolios in terms of risk and return, in order to discover if the chosen portfolios offer a superior performance than the random ones or the Ibovespa Index.

Keywords

[Portfolio Selection, Random Portfolio, Investment Funds]

Vale a Pena Investir em Fundos no Brasil?

Resumo

Esse trabalho faz uma investigação sobre a capacidade dos gestores de fundos de ações do Brasil em montar carteiras rentáveis. Foram comparados 28 fundos de ações no Brasil no período de outubro de 2004 a outubro de 2008 a 200 carteiras de ações geradas aleatoriamente pelo mesmo período com relação ao risco e rentabilidade, buscando-se descobrir se os gestores destes fundos oferecem a seus cotistas uma performance média superior a carteiras escolhidas aleatoriamente e ao Ibovespa.

Palavras-chave

[Seleção de Portfólio, Carteira Aleatória, Fundos de Investimento]

Abstract

This paper investigates the ability of Brazilian stock fund managers to pick a high return stock portfolio. A comparison was made between 28 real stock funds and 200 randomly generated portfolios in terms of risk and return, in order to discover if the chosen portfolios offer a superior performance than the random ones or the Ibovespa Index.

Keywords

[Portfolio Selection, Random Portfolio, Investment Funds]

1. Introdução

O processo de escolha de ativos e o próprio conceito de carteira ativamente gerenciada são motivos de controvérsias desde que Fama (1970) propôs a hipótese de eficiência de mercado na gestão de ativos. No entanto, os fundos ativos ainda têm espaço na indústria de fundos. Isso pode se justificar pela verificação das chamadas falhas de mercado Bodie, Kane e Marcus, (1999) que proporcionariam oportunidades de ganhos extraordinários, especialmente no curto prazo. Este trabalho procura indícios de que fundos de investimento ativamente gerenciados, ou seja, aqueles que buscam retornos acima da média de mercado, apresentam ou não retornos superiores aos que um agente obterá escolhendo ações aleatoriamente dentro do grupo das mais líquidas.

Para isso geramos 200 carteiras de ações seguindo um critério de seleção de ativos aleatório. Ou seja, entre as ações mais líquidas do mercado, componentes do índice Ibovespa em 2008, selecionamos 14 delas aleatoriamente, assim como seu peso para compor cada carteira e verificamos o retorno delas em 48 meses. Feito isso comparamos os retornos simulados com os retornos de fundos ativos no mesmo período utilizando testes t e F padrão e testes não paramétricos para relaxar a hipótese de normalidade da população.

Uma consequência deste estudo é fazer considerações sobre a eficácia da gestão praticada por fundos ativos, ou seja, se esses fundos apresentam realmente ganhos superiores aos dos índices de referência de mercado ou se a escolha dos ativos é feita com um critério adequado de mensuração de risco/retorno.

Fundos de investimentos são definidos de acordo com a Associação Nacional dos Bancos de Investimento, ANBID, como “um condomínio que reúne recursos de um conjunto de investidores, com o objetivo de obter ganhos financeiros a partir da aquisição de uma carteira de títulos ou valores mobiliários”. Uma das vantagens sempre associadas com essas entidades é a redução dos custos de transação, pois para um investidor individual pode ser custoso monitorar o mercado ou ainda mais custoso buscar diversificação em sua carteira agindo sozinho.

2. Problema de Pesquisa e Objetivo

O retorno médio de fundos de investimento no Brasil supera o retorno de carteiras de ações geradas aleatoriamente?

Esta pesquisa tem por objetivo principal descobrir se os gestores de fundos de investimento obtêm resultados estatisticamente superiores às carteiras de ações geradas aleatoriamente contendo ações componentes do Ibovespa e com pesos de até 20% cada uma, visando assim reduzir possíveis distorções.

Outros objetivos secundários são comparar o retorno dos fundos reais com o retorno do índice de referência, no caso o Ibovespa, observar se a relação risco/retorno dos fundos reais é de alguma forma superior aos fundos gerados aleatoriamente, como se distribuem os retornos dos fundos e das carteiras geradas aleatoriamente.

O resultado desse estudo traz uma idéia sobre o real ganho que um investidor tem ao colocar seu dinheiro em um fundo de investimento, ao invés de optar por outros tipos e estratégias de

aplicações como os títulos públicos ou privados de renda fixa, ouro, câmbio ou a própria compra direta de ações que apresentem retorno muito próximo ao Ibovespa, como as chamadas *Blue Chips*.

3. Referencial Teórico

3.1 – A gestão de Portfólios

Elton e Gruber (1977) afirmam que em um mercado de eficiência perfeita espera-se que o indicador de performance dos fundos de ações seja aleatório ao longo do tempo. Alguns fundos deveriam obter um desempenho superior a um *benchmark* selecionado e outros, inferior, porém o retorno total deveria apresentar uma distribuição sem viés, talvez até normal.

No entanto, se a performance superior existir, deveria ser possível identificar resultados recorrentemente superiores ao *benchmark*. Caso seja constatado que alguns gestores obtêm repetidamente retornos superiores à média, seria possível supor que pelo menos alguns deles são capazes de usar a informação disponível sobre as empresas para escolher os melhores ativos e possibilitar também a hipótese de que é possível usar as teorias modernas de gestão de portfólio para beneficiar o investidor.

Os administradores de fundos ativos possuem a tarefa de alocar a riqueza que lhes foi confiada entre um universo de ativos. A teoria moderna de portfólios iniciada por Markowitz afirma que para fazer uma alocação de ativos em uma única ocasião, o administrador deve fazer uma alocação eficiente do portfólio de ativos, podendo combinar investimentos livres de risco e uma carteira eficiente Tobin (1958) com o maior valor possível de índice de Sharpe. Se a hipótese de eficiência de mercado fosse concreta, esse portfólio de índice de Sharpe máximo combinado com investimentos livre de risco apresentaria um retorno igual ao *benchmark* de mercado.

3.2 – Efeitos Psicológicos sobre as decisões dos gestores

Os artigos de finanças comportamentais, ou *behavioral finance*, tentam identificar desvio de comportamento de gestores em relação ao que seria considerado racional e esperado pelas teorias existentes em finanças. Um desses desvios identificado em investidores individuais é conhecido como *disposition effect*, termo criado por Shefrin e Statman (1985). Os autores sugerem que os investidores apresentam uma tendência a montar carteiras em que os ativos que perdem valor, ou ativos “perdedores”, não são vendidos, ou são vendidos depois de passado muito tempo, enquanto os ativos que ganham valor, os “ganhadores”, são rapidamente vendidos fazendo com que as carteiras dos investidores não seja a ótima.

Boa parte dos investidores tem dificuldade em tomar decisões em face de incertezas. Observando que as pessoas tendem a enfrentar as incertezas ignorando-as, Hastie e Dawes (2001) argumentam que os seres humanos têm uma necessidade patológica de “saber agora” em situações de incerteza inerente. Ele afirma que a necessidade de livrar-se da incerteza leva as pessoas a aceitarem muito crédito por sucessos e muita culpa por fracassos. Além disso, indivíduos tendem a tratar riscos referentes a ganhos percebidos diferentemente de riscos referentes a perdas percebidas Bazerman e Watkins (2004).

3.3 – O *Survivorship Bias*

O *Survivorship Bias*, abordado por Elton, Gruber e Blake (1996), é um efeito que se observa em análises de dados de empresas e fundos de investimento ao longo de alguns anos. Esse efeito consiste na ausência de dados de empresas e fundos que encerram suas atividades ao longo do tempo estabelecido nas análises, fazendo com que apenas dados das empresas e fundos de sucesso, que sobreviveram ao longo de todo o período, entrem na amostra. No caso dos fundos, observa-se que as instituições administradoras mudam o nome ou fecham o fundo quando sua performance não é satisfatória, como observa Li e Xu (2002) e isso prejudica muito a análise de dados de performance dos fundos, pois esses dados simplesmente desaparecem das bases de dados disponíveis.

Carpenter e Lynch (1999), no entanto, afirmam que no caso dos Estados Unidos, mesmo com o fechamento dos fundos de baixa performance, a análise não se prejudica, porém é uma conclusão com ressalvas e que não tem relação com dados brasileiros.

4. Dados e Metodologia

Os dados que utilizamos são os valores das variações percentuais dos fundos ativos brasileiros entre 6 de outubro de 2004 e 6 de outubro de 2008 provenientes da ANBID, que recebe informações sobre a performance dos fundos diariamente das instituições gestoras e as disponibiliza em seu site na internet. Sobre as carteiras geradas aleatoriamente, os dados dos preços das ações que as compõem foram obtidos junto a Thomson Reuters com base nas informações geradas pela BM&F Bovespa, que é responsável pela transmissão das cotações às agências de notícias.

Se os fundos de investimento ativos cumprem com o seu papel de trazer retornos superiores ao *benchmark*, esperamos que os retornos obtidos por eles sejam superiores aos que o investidor individual obteria sem conhecimento de técnicas de alocação de ativos.

Para testar a hipótese de que os retornos das carteiras administradas são superiores aos de carteiras aleatoriamente escolhidas simulamos 200 carteiras com 14 ações cada. Esse número de ações foi escolhido seguindo Oda, Senger e Chara (1998) que concluem que uma estratégia simples de diversificação de carteiras de ações com 14 ações apresentaria resultados superiores aos demonstrados pelos fundos mútuos. Os autores ainda colocam que essa quantidade de ações possibilita uma redução de 80% da variância esperada em relação ao investimento em uma única ação, além de proporcionar um nível de risco semelhante ao de fundos mútuos de investimento no Brasil. Detalhes da simulação estão no anexo 1.

As ações são escolhidas de forma randômica dentro de um universo das 57 ações mais líquidas no período inicial, outubro de 2008. Feito isso, construímos a série de retornos em 48 meses das carteiras e comparamos com os retornos em 48 meses de 28 fundos de ações em sua maioria com estratégia ativa. Essa classe de fundo é definida pela Anbid como os fundos de investimento que buscam alcançar lucratividade superior ao benchmark respectivo, no caso brasileiro o Índice Bovespa ou IBX. Os fundos e ações selecionadas para compor a amostra estão detalhados no anexo 2.

5. Resultados

Primeiramente, observamos que nenhuma das duas séries de retornos segue uma distribuição normal. Os gráficos 1 e 2 apresentam os histogramas (sendo que a linha que sobrepõe as colunas indica como seria a distribuição normal sobre a mesma amostra) dos retornos dos fundos “reais” e simulados, respectivamente. O quadro 1 mostra os retornos e os desvios-padrão de ambas as séries.

Gráfico 1: Distribuição dos retornos dos fundos reais

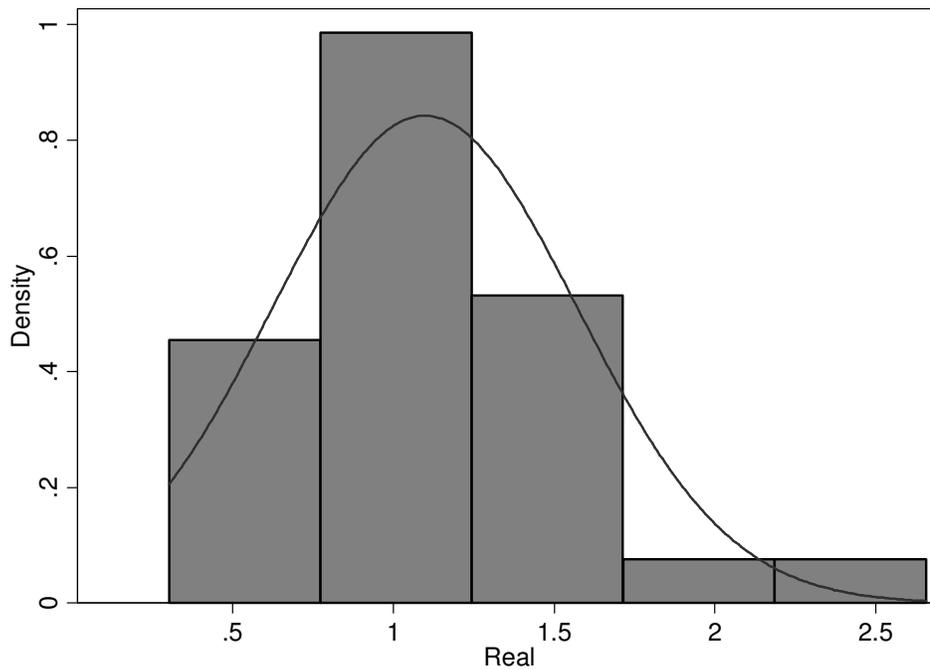
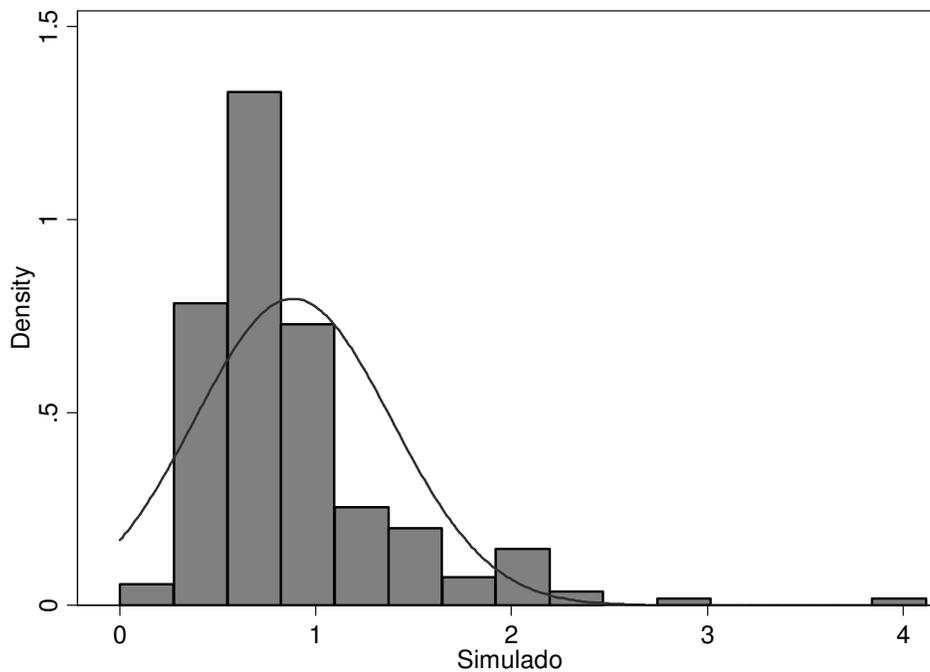


Gráfico 2: Distribuição dos retornos das carteiras simuladas



Quadro 1: Retorno e Desvio-Padrão dos fundos reais e simulados

	Retorno médio	Desvio padrão
Real	88,22%	6,91%
Simulado	109,81%	6,98%

Além da análise gráfica também observamos que a distribuição dessas séries não é normal calculando a estatística de Jarque-Bera. Esse teste segue uma distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade (um para a skewness e outro para a kurtosis) e a hipótese nula é que a distribuição é normal, logo para um nível de significância de 5% o valor crítico da estatística é de 5,99 (mais detalhes sobre como calcular a estatística desse teste estão no apêndice 2). Para as carteiras “reais” temos um valor da estatística de 13,01 e para as simuladas o valor é 488,70, ou seja, rejeitamos a hipótese nula de normalidade para ambos os casos.

Calculamos a média e o desvio padrão dessas duas séries e comparamos cada uma delas utilizando estatísticas comumente adotadas em testes de hipóteses. A amostra considerada não segue uma distribuição normal como ilustramos, porém não podemos com isso fazer inferências relativas à distribuição populacional, portanto testes como o teste t são perfeitamente utilizáveis se supusermos normalidade populacional. No entanto, para gerar robustez de resultados testamos a igualdade de médias com o teste t e com o teste não-paramétrico de Mann-Whitney (ou teste Wilcoxon) que relaxa o pressuposto de normalidade.

5.1 Teste de médias

O objetivo dos testes de igualdade de médias é verificar se estatisticamente os retornos médios são iguais. Formalmente

$$H_0: \mu_0 - \mu_1 = 0$$

Sendo:

μ_0 é o retorno médio das carteiras simuladas em 48 meses.

μ_1 é o retorno médio dos fundos reais em 48 meses.

A primeira abordagem para testar médias é o chamado teste t, que supõe que a população segue uma distribuição normal e a variância segue uma qui-quadrado (detalhes de como calcular essa estatística estão nos apêndices 3 e 4). Calculamos então a estatística t para o teste de amostras independentes com variâncias desconhecidas, que depende da hipótese alternativa. O quadro 2 mostra as hipóteses alternativas e os valores calculados da estatística t.

Quadro 2: Hipóteses utilizadas na estatística t

Hipótese alternativa	Estatística t
$\mu_0 - \mu_1 \leq 0$	0,016
$\mu_0 - \mu_1 = 0$	0,032
$\mu_0 - \mu_1 > 0$	0,983

Ou seja, observamos que a um nível de significância de 5% os retornos são diferentes. Vendo a direção da diferença observamos que a média dos retornos dos fundos reais é superior (ou seja, a diferença média simulada menos média real é estatisticamente menor do que zero).

Para realizar o mesmo teste relaxando a hipótese de normalidade devemos nos voltar para estatísticas não paramétricas. A estatística análoga a t para amostras independentes é a de Mann-Whitney, descrita no apêndice 4. A hipótese nula no caso desse teste é que as duas amostras vieram da mesma população e suas distribuições de probabilidade são iguais. A hipótese alternativa é que uma das populações é estocasticamente superior. O valor da estatística calculada é -3,004, isso significa que a probabilidade das duas distribuições serem iguais é de 0,0027. Ou seja, o teste de Mann-Whitney também confirma que os retornos são diferentes, o que trás robustez a afirmação de que os fundos reais apresentam retornos que superam os que seriam alcançados pelo critério aleatório de seleção de ativos.

5.2 Comparação dos índices de Sharpe

Os retornos superiores encontrados nos fundos de investimento podem ser reflexos de maiores níveis de risco assumidos por esses em relação ao critério de escolha aleatória que adotamos. O índice proposto por Sharpe (1966) é outro tipo de medida que pode ser mais útil quando os ativos comparados estão concentrados em uma única carteira ou ativo. A fórmula é:

$$S(x) = \frac{(R_x - R_f)}{Dp(x)}$$

Onde:

- $S(x)$ é o índice de Sharpe para a carteira x
- R_x taxa de retorno esperada da carteira.
- R_f taxa livre de risco.
- $Dp(x)$ Desvio-padrão da taxa de retorno.

A idéia do índice é medir o excesso de retorno por unidade de risco. Como neste índice o desvio padrão é utilizado como medida de risco, pode-se inferir que o valor está relacionado ao desempenho individual, e não ao desempenho em equilíbrio, como no índice de Jensen. Sempre que o índice de Sharpe de uma carteira for maior zero, pode-se inferir que o retorno dessa carteira foi superior ao índice *benchmark* e quanto maior for esse valor, melhor é a relação retorno/risco da carteira. Isso se dá também pelo fato de que o valor do ganho da carteira sobre o benchmark ($R_x - R_f$) é dividido pelo desvio-padrão do retorno da carteira ao longo do tempo, e conseqüentemente, quanto menor o valor do denominador da razão, maior será o resultado.

Para trazer *insights* em relação a esse ponto calculamos os índices de Sharpe de cada um dos fundos reais e dos simulados e comparamos as médias novamente com um teste t (para variâncias desconhecidas e desiguais) e com o teste de Mann-Whitney. Temos então que a hipótese nula é

$$H_0: s_0 - s_1 = 0$$

Sendo:

- s_0 é o índice de Sharpe médio das carteiras simuladas.
- s_1 é o índice de Sharpe médio dos fundos reais.

O quadro 3 mostra as estatísticas t calculadas em função da hipótese alternativa considerada.

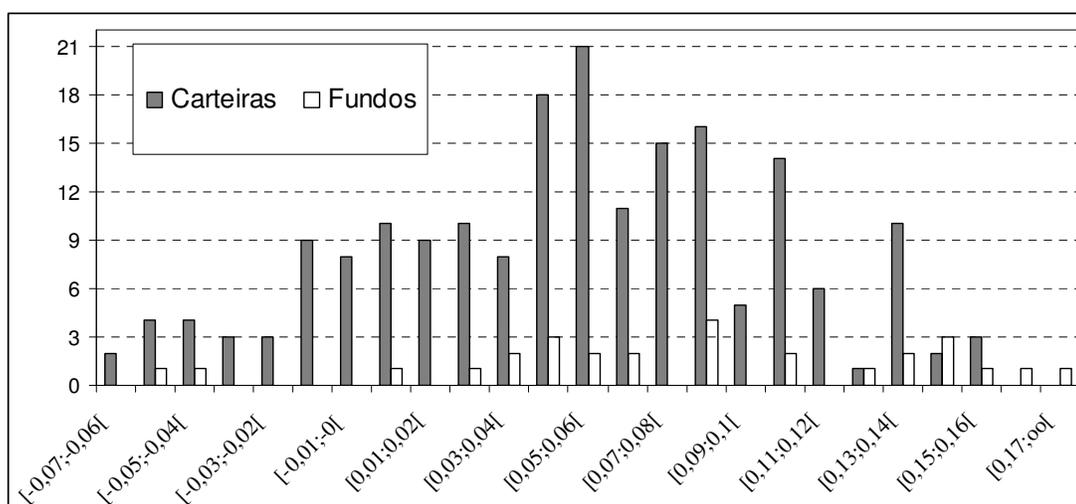
Quadro 3: Hipóteses da estatística t para o índice de Sharpe

Hipótese alternativa	Estatística t
$s_0 - s_1 < 0$	0,111
$s_0 - s_1 = 0$	0,222
$s_0 - s_1 > 0$	0,889

Por esse teste não temos indícios de que os índices de Sharpe sejam diferentes nas carteiras simuladas e nas carteiras reais. O teste de Mann-Whitney confirma esse resultado. O valor da estatística calculada para o teste não-paramétrico é de -2,199, o que indica que a probabilidade de ambos serem iguais é de 0,0278. Ou seja, a um nível de 5% de significância podemos afirmar que os índices de Sharpe para as carteiras simuladas e para as carteiras reais não são estatisticamente diferentes.

O gráfico 3 mostra a distribuição dos índices de Sharpe observados tanto nos fundos reais quanto nos simulados.

Gráfico3: Distribuição das freqüências do Índice de Sharpe



Fonte: Elaboração própria e ANBID

O quadro 4 mostra a diferença de ranking entre os fundos quanto à rentabilidade e quanto ao índice de Sharpe associado.

Quadro 4: Ranking dos dez fundos de maior retorno e dez fundos com maior índice de Sharpe

Pos	Fundos	Rent 4 anos	Pos	Fundos	Ind. Sharpe
1	BB ACOES PRICE FI ACOES	265,59	1	BB CARTEIRA ATIVA ACOES	0,1706
2	TOP ULTRA FI ACOES	172,12	2	SAFRA SETORIAL BANCOS FI ACOES	0,1632
3	SAFRA SETORIAL BANCOS FI ACOES	168,19	3	GERACAO FIA	0,1534
4	GAP FI ACOES	155,18	4	SCHRODER ALPHA PLUS FI EM ACOES	0,1478

5	MB FUNDO DE INVESTIMENTO EM ACOES	150,91	5	GAP FI ACOES	0,1453
6	HSBC FI ACOES PLUS	149,57	6	BNP PARIBAS ACE FI ACOES	0,1443
7	ITAU ACOES FI	140,61	7	BRADESCO PRIVATE FIA	0,1347
8	GERACAO FIA	139,98	8	HSBC FI ACOES INSTITUCIONAL	0,1343
9	FI VOT ACOES	130,99	9	TOP ULTRA FI ACOES	0,1228
10	BB CARTEIRA ATIVA ACOES	119,69	10	FI VOT ACOES	0,1065

Fonte: Elaboração própria com base em dados da Thomson Reuters e ANBID

É possível notar pelo quadro que o fundo de maior retorno da série, o BB Ações Price FI do Banco do Brasil, nem aparece no ranking dos maiores índice de Sharpe. Assim como ele, existem outros fundos que estão entre os de maior retorno, mas que perdem muitas posições no ranking do índice de Sharpe ou nem aparecem. É o caso do MB Fundo De Investimento em Ações, Hsbc FI Ações Plus e o Itaú Ações FI.

Outros fundos, como o BB Carteira Ativa Ações, é o décimo colocado no ranking dos retornos, porém o primeiro colocado no ranking do índice. Segundo a observação de Sharpe (1966) isso pode ser um indício forte de que um fundo como o BB Ações Price FI apresentou uma oscilação positiva grande durante os 48 meses observados, na verdade está apresentando um ganho passageiro decorrente de oscilações normais dos preços dos ativos que o favoreceram. Esse retorno muito superior provavelmente não se sustentaria ao longo do tempo, pois a mesma aleatoriedade que o levou a ter esse retorno grande pode levá-lo a perdê-lo.

Os fundos que apresentam o índice de Sharpe elevado, todavia, mostram uma relativa estabilidade de seus retornos, pois além de obterem um retorno superior ao benchmark também apresentam um desvio-padrão não muito grande. Neste caso, os fundos que pode ser classificados como os de melhor relação risco/retorno são os que estão bem posicionados em ambos os rankings, como o Safra Setorial Bancos FI Ações e o Gap FI Ações.

5.3 Comparação com os *Benchmarks*

O quadro 5 apresenta os retornos do índice Ibovespa, o *benchmark* dos fundos observados.

Quadro 5 - *Benchmarks* entre 06/Out/2004 e 06/Out/2008

	12 meses	24 meses	36 meses	48 meses
CDI	11,62	25,43	45,95	73,13
IBOVESPA	-18,07	35,92	56,86	113,13
DOL COM	4,1	-11,95	-13,86	-33,03

Fonte: Thomson Reuters

A média de retorno dos fundos reais foi de 109,81% e isso é inferior ao retorno do próprio índice Bovespa, que foi de 113,13%. Observa-se que 11 dos 28 fundos reais ultrapassaram a rentabilidade do Ibovespa no período.

Dos fundos, três apresentaram rentabilidade inferior ao CDI, portanto, um investidor que houvesse utilizado seu dinheiro para comprar títulos públicos ou simplesmente colocado o dinheiro em fundos do tipo DI provavelmente teria uma rentabilidade superior ao oferecido por esses fundos.

Apesar de numericamente diferentes, a média de retorno dos fundos e das carteiras simuladas são próximas e isso também se justifica pela composição de índice Ibovespa e pela estratégia dos fundos de ações. A maioria dos fundos de ações compra boa parte de seu valor em ações das empresas chamadas *Blue Chips*, no Brasil empresas como a Petrobrás e a Vale, que são exatamente as empresas que possuem o maior peso no índice, e portanto não deveriam ter um retorno muito diferente do índice.

6. Conclusão

Este trabalho buscou descobrir se os administradores de fundos no Brasil realizam uma gestão eficiente dos ativos, selecionando ações cujo retorno ao longo do tempo seja superior ao retorno de portfólios construídos aleatoriamente.

Com o resultado do teste de hipóteses, foi possível concluir que os retornos médios mensais das carteiras geradas aleatoriamente não supera os retornos médios mensais dos fundos reais, bem como o risco apresentado entre os dois tipos de carteiras não é estatisticamente diferente, ou seja, o risco nas carteiras artificiais e nas reais não é estatisticamente diferente.

É importante ressaltar o possível papel do *Survivorship Bias* neste trabalho, dado que diversos fundos no período analisado foram fechados ou mudaram de nome, podendo trazer um viés à amostra. Talvez se os dados de fundos que fecharam ou mudaram de nome ao longo do período fosse incluídos na amostra, os resultados fossem diferentes.

No entanto, apenas 11 dos 28 fundos observados apresentam retorno superior ao Ibovespa durante o período analisado. O retorno médio do total dos 28 fundos é de 109,81% enquanto o Ibovespa no mesmo período apresentou retorno de 113,13%.

Essas observações fornecem, portanto, indícios de que os fundos de investimento brasileiros com estratégia ativa possuem um retorno superior ao de carteiras de ativos selecionados aleatoriamente, porém apresentam um retorno médio inferior ao Ibovespa. Essa constatação sugere que os fundos de estratégia ativa não atingem seu objetivo de ganhar mais que o Ibovespa.

7. Bibliografia

Associação Nacional dos Bancos de Investimento – ANBID
http://www.anbid.com.br/institucional/CalandraRedirect/?temp=5&proj=ANBID&pub=T&comp=sec_FUNDOS_DE_INVESTIMENTO&db=CalSQL2000&docid=D834985A492F2CB083256E3600461F07 acesso em 03/04/2009.

BAZERMAN, M. H., WATKINS, M. - Predictable Surprises: The Disasters You Should Have Seen Coming, And How To Prevent Them, Harvard Business School Press - 2004

BODIE, Z., KANE, A. e MARCUS, A.J. *Investments*. Ed. Irwin/McGraw-Hill. 4th ed. 1999.

- CARPENTER, J. N. LYNCH, W. A. - Survivorship bias and attrition effects in measures of performance persistence, *Journal of Financial Economics* 54 (1999) pg 337-374
- ELTON, E. J., GRUBER, M. J. *Risk reduction and portfolio size: an analytical solution.* *Journal of Business*, vol.50, p. 415-437. Oct. 1977.
- ELTON, E. J. GRUBER, M. J. & BLAKE, P., 1996, *Survivorship Bias and Mutual Fund Performance*, from "The Review of Financial Studies", volume 9, number 4
- FAMA, E. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of finance*, n. 25, p. 383-417, 1970
- HAITAO LI and YUEWU XU Survival Bias and the Equity Premium Puzzle, the journal of finance, vol LVII, no5 * outubro de 2002.
- HASTIE, R. DAWES, R. *Rational Choice in an Uncertain World: The Psychology of Judgment and Decision Making.* Sage Publications, (2001).
- ODA, A.L, SENGER, M.C.M.. e CHARÁ, A.N. (1998) *Um Estudo Sobre a Diversificação na Bolsa de Valores de São Paulo.* Disponível em <http://www.anpad.org.br/enanpad/1998/dwn/enanpad1998-fin-10.pdf>.
- SHEFRIN, H., and M. STATMAN 1985, The Disposition to Sell Winners Too Early and Ride Losers Too Long: Theory and Evidence, *Journal of Finance* 40(3), 777—791
- TOBIN, J. (1958) *Liquidity preference as behaviour towards risk.* *Review of Economic Studies*, 25, pp65-68.

Apêndice 1: Detalhes da simulação das carteiras

- 1- O tamanho das carteiras aleatórias foi definido em 14 ações,
- 2- A função “Aleatórioentre()” disponível do Microsoft Excel foi usada para definir aleatoriamente quais ações seriam incluídas em cada carteira.
- 3- A mesma função foi usada para definir qual percentual de cada ação haveria em cada carteira. Para evitar que houvesse uma concentração exagerada de um único papel, definiu-se que nenhuma ação representaria mais do que 20% do total da carteira, aumentando-se assim a diversificação.
- 4- O dado usado para calcular a performance de cada carteira aleatória foi o valor do fechamento mensal de cada ação componente da carteira ponderado pelo percentual dessa mesma ação na carteira.
- 5- Os aumentos ou reduções percentuais foram calculados com base mensal, bem como seu desvio padrão e retorno percentual.
- 6- Tanto os fundos quanto as carteiras são observados com base nos valores dos fechamentos mensais entre os dias 6 de outubro de 2004 e 6 de outubro de 2008, observando-se portanto um período total de 48 meses.

Apêndice 2: A Estatística de Jarque-Bera

O teste Jarque-Bera é utilizado como medida de adequação de uma amostra à distribuição normal com base em sua *Skewness* e *Kurtosis*.

$$JB = \frac{n}{6 \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right)}$$

Onde:

n = número de observações

S = Skewness da amostra

K = Kurtosis da amostra

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma_3} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^3}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(X_i - \bar{X})^2] \right)^{\frac{3}{2}}}$$
$$K = \frac{\mu_4}{\sigma_4} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(X_i - \bar{X})^2] \right)^2}$$

Onde:

μ_3 e μ_4 são o terceiro e quarto momentos centrais da amostra

\bar{X} é a média da amostra

σ^2 é a variância da amostra

Apêndice 3: Teste t de Student

O teste t de Student é um teste de hipótese para médias. No caso de se querer comparar dois grupos, a Hipótese Nula é que a diferença das médias é zero, isto é, não há diferenças entre os grupos.

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{x1x2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Onde:

$$S_{x1x2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_{x1}^2 + (n_2 - 1)S_{x2}^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

n_1 Número de elementos da amostra 1

n_2 Número de elementos da amostra 2

S_{x1} Desvio padrão da amostra 1

S_{x2} Desvio-padrão da amostra 2

Apêndice 4: Teste não-paramétrico de Mann-Whitney

O teste Mann-Whitney U é um teste estatístico não-paramétrico utilizado para determinar se duas amostras independentes de dados apresentam a mesma distribuição.

A construção da estatística se dá:

Considerando n_1 o tamanho da amostra com menos observações entre os dois grupos e n_2 o tamanho da amostra com mais observações, deve-se juntar observações dos dois grupos como se fossem um único grupo e identificar em qual posição aparece cada observação ou seja, a primeira observação recebe o número 1, a segunda o número 2 e assim por diante.

Calcula-se a estatística do teste através da fórmula:

$$MW = n_1 n_2 \frac{n_1(n_1 + 1)}{2} - T$$

Considerando n_1 e n_2 como os tamanhos das amostras dos dois grupos e T é a soma das posições do grupo menor.

A interpretação da estatística MW pode ser uma comparação com o percentil de uma distribuição desconhecida específica das amostras.

Anexo 1: Rentabilidade e Índice de Sharpe dos fundos de investimento reais

Fundos	Rent. 48 meses	Desvio- Padrao	Ind. Sharpe
BB ACOES PRICE FI ACOES	265,59	1,17	-0,2405
BNB FI ACOES	86,67	6,65	0,0524
FI ACOES RAPSAG	83,85	7,34	-0,0451
GERACAO FIA	139,98	8,27	0,1534
BANRISUL INDICE FI ACOES	30,17	6,31	0,0568
BB CARTEIRA ATIVA ACOES	119,69	12,95	0,1706
BNP PARIBAS ACE FI ACOES	119,36	6,99	0,1443
BRADESCO PRIVATE FIA	91,48	6,82	0,1347
CREDIT AGRICOLE SELECTION FIA	76,06	7,43	0,0456
FI ACOES PACTUAL ACOES	101,64	7,77	0,0616
FI VOT ACOES	130,99	6,84	0,1065
FIBRA VIC FI ACOES	72,13	6,97	0,106
FUNDO DE INVESTIMENTO EM ACOES PRIME	78,33	6,54	0,0457
GAP FI ACOES	155,18	7,63	0,1453
HSBC FI ACOES INSTITUCIONAL	103,19	6,99	0,1343
HSBC FI ACOES PLUS	149,57	7,06	0,065
ITAU ACOES FI	140,61	6,69	0,0835
ITAU SELECAO ACOES FI	102,94	6,92	0,046
MB FUNDO DE INVESTIMENTO EM ACOES	150,91	6,1	0,0014
MB FUNDO DE INVESTIMENTO EM ACOES FLEX	50,88	5,42	0,0293
OPPORTUNITY LOGICA II FIA	87,98	7,29	0,0821
REAL FI ACOES ESTRATEGICO	80,14	7,27	0,0837
SAFRA SETORIAL BANCOS FI ACOES	168,19	7,65	0,1632
SANTANDER FI ACOES	59,23	6,82	0,0394
SANTANDER FI INST ACOES	74,54	6,78	0,0809
SCHRODER ALPHA PLUS FI EM ACOES	103,75	6,89	0,1478
TOP ULTRA FI ACOES	172,12	6,91	0,1228
UNIBANCO BLUE FI ACOES	79,64	6,62	0,0315

Fonte: Elaboração própria com base em dados da Thomson Reuters e ANBID

Anexo 2: Ticker Bovespa das ações utilizadas na composição das carteiras aleatórias

GGBR4, DURA4, CPFE3, BRTP4, PETR4, BRKM5, LAME4, ITAU4, NATU3, SBSP3, GOLL4, BRTO4, NETC4, CLSC6, CPLE6, CSNA3, CRUZ3, RSID3, PETR3, BBAS3, ELET3, CGAS5, VIVO4, TAMM4, TNLP3, EMBR3, ITSA4, UGPA4, CCRO3, TRPL4, TNLP4, PRGA3, BRAP4, VCPA4, TMAR5, USIM5, BRTP3, BBDC4, GOAU4, VALE3, SDIA4, CMIG4, VALE5, ARCZ6, TCSL3, ELET6, AMBV4, TCSL4, LIGT3, USIM3, KLBN4, UBBR11, PCAR4.