

Área: Finanças

Título: ANÁLISE DO EXPOENTE DE HURST EM SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS

AUTORES

FABIANO GUAISTI LIMA

FEA-RP PPGCC - Mestrado em Controladoria e Contabilidade

fabiano@francanet.com.br

VINÍCIUS DO AMARAL ANTONINI

Universidade de São Paulo

vinicius.antonini@gmail.com

ANTÔNIO CARLOS DA SILVA FILHO

Centro Universitário de Franca - Uni-FACEF

acdassf@bol.com.br

RESUMO

Este trabalho tem o intuito de estudar correlações de longa data nas séries financeiras temporais utilizando como instrumento de análise o Expoente de Hurst, que inicialmente foi usado para calcular correlações em fenômenos naturais e posteriormente sua abrangência alcançou a área financeira. A base de dados é o fechamento diário de cada um dos ativos analisado obtidos pelo programa Economática. O cálculo do Expoente de Hurst está todo em linguagem C+ e seu código fonte está disponível para uso no final do trabalho. São feitas introduções sobre as teorias necessárias ao entendimento do trabalho de acordo o decorrer do trabalho. Os resultados obtidos têm como objetivo encontrar fatos econômicos que possam justificar a quebra da eficiência do mercado. O estudo se limita em estudar, com a ajuda do método DFA, as séries do Ibovespa e do dólar no período de janeiro de 2000 à novembro de 2008. E para o cálculo do expoente de Hurst variável no tempo, utiliza-se uma janela móvel de 240 dados. No mercado de câmbio o comportamento do expoente é bem diferente quando comparado ao Ibovespa. O comportamento do dólar provavelmente está bem ligado à política do governo brasileiro em aumentar as reservas cambiais. Os picos são bem explicados por alguma atitude relacionada a essa política. Isso até o momento onde os investidores estrangeiros entraram no mercado brasileiro trazendo um aporte de capital elevado, tirando assim o controle da estrutura das mãos do Banco Central.

Palavras-chave: Expoente de Hurst. Método DFA. Hipóteses da Eficiência de Mercado (*EMH*).

ABSTRACT

This paper has the aim to study long-term correlation in financial time series using as an analytical tool the Hurst exponent that its first use was to calculate correlation in natural

phenomena and some time after its scoop reached the financial area. The data base is daily closing values of each assets analyzed obtained using a program called Economática. All the method to calculate the Hurst exponent is in C language and your source is available at the end of this paper. Briefly introductions are made on about necessary theories for this paper understanding. The results are intended to find economic facts that justify the fall of market efficiency. The study if it limits in studying, with the aid of method DFA, the series of the Ibovespa and the dollar in the period of January of 2000 to the November of 2008. E for the calculation of the exponent of changeable Hurst in the time, uses a mobile window of 240 data. In the exchange market the behavior of the exponent well different when is compared with the Ibovespa. The behavior of the dollar probably is well on to the politics of the Brazilian government in increasing the cambial reserves. The peaks well are explained by some attitude related to this politics. This until the moment where the foreign investors had entered in the Brazilian market bringing one arrives in port of raised capital, thus taking off the control of the structure of the hands of the Central banking.

Key-words: Hurst exponent. Long memory processes. DFA method.

1 Introdução

A vontade do ser humano em se antecipar aos fatos remonta aos primórdios da humanidade. Antigamente, as pessoas tentavam se antecipar aos acontecimentos tais como as chuvas, as enchentes, as épocas de seca e fartura entre outros fenômenos. Com o passar do tempo a vontade de identificar variações de acontecimentos permaneceu a mesma, ou até mesmo aumentou, mas os objetos de curiosidade mudaram de direção.

Atualmente, recentes estudos apontam para essa nova direção vem de encontro às análises das oscilações de preços de ativos financeiros, o que leva a questionar alguns dos mais importantes postulados da moderna teoria de finanças. No âmbito desta discussão, a teoria dos fractais surge inovando na argumentação

A possibilidade de se prever o comportamento dos preços de ativos financeiros é de interesse de várias pessoas que atuam no mercado financeiro. Com tais informações eles podem se beneficiar em cada uma das suas áreas de atuação. Porém o processo que produz o comportamento de tais valores é tão complexo que existem muitos estudos para tentar desvendá-los. A complexidade se faz em virtude da gama de fatores que possuem influência na formação dos preços de tais ativos.

Segundo Cajueiro et alii (2006) o estudo do comportamento de tais valores pode ser feito do ponto de vista da modelagem de processos, que procura identificar um conjunto de fatores que interagem entre si formando a taxa. Após isso, o comportamento de cada um dos fatores é modelado em conjunto e independentemente. O problema surge na impossibilidade de medir determinados processos. Uma outra forma de conseguir estudar esse comportamento seria analisar o movimento em si, realizando testes para identificar quais processos poderia se ajustar de forma adequada ao movimento observado.

Para Costa e Vasconcelos (2003), a teoria *EMH*, do inglês *efficient market hypothesis*, diz que o retorno de um ativo segue um processo Gaussiano não correlacionado, conhecido como *White Noise*. Mais do que isso, é possível afirmar que todo o conhecimento que se tem sobre um ativo está refletido em seu preço atual, sendo o seu passado de pouca ajuda para prever seus valores futuros. Essa teoria vai de encontro à maioria das técnicas utilizadas hoje por alguns operadores do mercado financeiro. Técnicas como análise gráfica, que basicamente utiliza-se das cotações históricas dos ativos financeiros para fazer suas previsões, são amplamente divulgadas, publicadas em livros e utilizadas.

A possibilidade do uso dessas técnicas se justifica pelo fato de que em estudos como os de Mantegna e Stanley (1999) e Bouchaud e Potters (2000) foram encontrados evidências de que o mercado não é tão eficiente quanto se imagina, seja por violar as hipóteses de independência ou as Gaussianas do modelo *EMH*.

Em particular, este estudo irá se focar nas “ineficiências” que causam correlação temporal nos dados empíricos do trabalho. Para tanto, existem muitas formas de se verificar sua existência, uma forma generalizada consiste em medir o quanto uma medida de variação, denotada por F , varia em janelas de tempo de tamanho t . Métodos específicos basicamente se diferem na medida variação tais como a análise R/S de Hurst (1951) ou a análise *DFA* (Peng et alii, 1994). Se a série temporal é não correlacionada então se espera $F \sim t^{\frac{1}{2}}$, como é no caso de um movimento Browniano padrão, caso contrário, se $F \sim t^H$, com $H \neq \frac{1}{2}$ e $0 < H < 1$, se diz que a série possui memória de longo prazo (do inglês *long-term memory*) onde, se $H > \frac{1}{2}$ então se diz que a série é persistente, ou seja, que movimentos anteriores para cima tendem a refletir em movimentos para cima hoje e o contrário também, e se $H < \frac{1}{2}$, então se classifica a série como anti-persistente, ou seja, que movimentos anteriores para cima tendem a refletir em movimentos para baixo atualmente, e o contrário também é verdadeiro.

A base para essa metodologia surgiu com um biólogo chamado Harold E. Hurst que trabalhou em um projeto para uma represa (Cajueiro et alii, 2006). A represa precisava adotar uma política de fluxo que não a fizesse transbordar nem a deixasse sem água. Hurst percebeu que as chuvas da região não se comportavam de maneira aleatória e sim possuíam uma tendência. Não somente as chuvas mas como muitos outros fenômenos naturais apresentam a característica de viés em suas distribuições ao longo do tempo.

Algum tempo depois, Edgar E. Peters resolveu utilizar a linha de raciocínio de Hurst para aplicar sua estatística aos fenômenos econômicos e séries temporais financeiras. Como resultado percebeu que estas também se comportavam de modo viesado. Além disso, Mandelbrot e Wallis (1969) perceberam que a relação descoberta por Hurst exibía a mesma forma que séries que descrevem o movimento Browniano fracionário e, assim, a fórmula de Hurst era aplicável aos fenômenos que seguiam esse movimento.

Este trabalho calcula o expoente de Hurst (H) para séries financeiras caracterizadas pelos fechamentos diários do Índice Ibovespa e da taxa de câmbio do real x dólar americano. Além disso, é verificado como o expoente de Hurst se altera de acordo com o tempo e dessa forma são salientados fatos econômicos que podem ser a explicação para tais variações.

O método para análise das variações é DFA, que será detalhado a seguir. Os dados foram obtidos pelo ECONOMÁTICA e foram tratados em programação C+ em um algoritmo desenvolvido para tal método. Também é computado, pelo mesmo método, um expoente de Hurst variável ao longo do tempo usando uma janela de aproximadamente 1 ano (240 dados).

Além disso, são introduzidos brevemente os conceitos sobre Movimento Browniano, memória de longo prazo e outros que durante o estudo se mostraram necessários para o entendimento da aplicação. Por final são apresentados os resultados encontrados e as recomendações para futuros estudos sobre o tema.

1.1 Problema de investigação

Existe a possibilidade fatos econômicos alterarem a eficiência do mercado, fazendo com que as séries temporais financeiras apresentem correlação temporal de longo prazo?

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo encontrar fatos econômicos que provocaram o surgimento de correlações temporais nas séries financeiras temporais e dessa forma violando a hipótese de mercado eficiente.

1.3 Hipóteses

Fatos econômicos tendem a causar a existência de correlações temporais nas séries financeiras temporais.

2. Referencial Teórico

A teoria *EMH*, do inglês *efficient market hypothesis*, diz que o retorno de um ativo segue um processo Gaussiano não correlacionado, ou conhecido como um movimento Browniano padrão com $H=0.5$, conhecido como *White Noise*. Mais do que isso, é possível afirmar que todo o conhecimento que se tem sobre um ativo está refletido em seu preço atual, sendo o seu passado de pouca ajuda para prever seus valores futuros, Fama (1970).

Aqui é chamado de movimento Browniano um processo Gaussiano que possui média zero e seus incrementos possuem variância e a covariância dadas pelas fórmulas:

$$E[B_H^2(t)] = \sigma^2 t^{2H}$$

$$e$$

$$E[B_H(t)B_H(s)] = \frac{1}{2}\sigma^2(t^{2H} + s^{2H} - |s - t|^{2H}),$$

onde $\sigma > 0$, $0 < H < 1$ e $E[\]$ representa o valor esperado. Diz-se que o processo é estatisticamente auto-similar para distribuições finitas, ou seja, $B_H(at)$ possui mesma distribuição de $a^H B_H(t)$ para todo $a > 0$.

O H aqui é chamado de expoente auto-similar ou expoente de Hurst e para $H = 0.5$ que temos é um movimento Browniano padrão com incrementos $(X_1(t) = B_1^H(t+1) - B_1^H(t))$ estatisticamente independentes e representando o *White noise* usual. Para valores de H diferentes de 0.5 dizemos que os incrementos apresentam correlação de longo alcance. Além disso, se $0.5 < H < 1$, dizemos que a série é positivamente correlacionada e apresenta persistência, caso $0 < H < 0.5$, dizemos que é negativamente correlacionada e apresenta anti-persistência.

Além disso, Mandelbrot e Wallis (1969) perceberam que a relação descoberta por Hurst exibia a mesma forma que séries que descrevem o movimento Browniano fracionário e, assim, a fórmula de Hurst era aplicável aos fenômenos que seguiam esse movimento. E preços de ativos e outras variáveis financeiras são modelas a partir de um processo Geométrico Browniano sendo portanto aplicável tal estudo.

1.4 Procedimentos metodológicos

Primeiramente foram obtidos os dados de cotação de fechamento do Ibovespa, que segundo o próprio site é o

Índice que acompanha a evolução média das cotações das ações negociadas na BVSP - Bolsa de Valores de São Paulo. É o valor atual, em moeda corrente, de uma carteira teórica de ações, constituída em 1968 a partir de uma aplicação hipotética. A carteira teórica é integrada pelas ações que, em conjunto, representaram 80% do volume transacionado a vista nos 12 meses anteriores à formação da carteira. A carteira teórica é composta pelas ações que atenderam cumulativamente aos seguintes critérios, com relação aos doze meses anteriores à formação da carteira:

- estar incluída em uma relação de ações cujos índices de negociabilidade somados representem 80% do valor acumulado de todos os índices individuais;
- apresentar participação, em termos de volume, superior a 0,1% do total;
- ter sido negociada em mais de 80% do total de pregões do período.

Para que sua representatividade se mantenha ao longo do tempo, é feita uma reavaliação quadrimestral, alterando-se composição e peso da carteira. Considerando-se seu rigor metodológico e o fato de que a Bovespa concentra mais de 90% dos negócios do País, trata-se do mais importante índice disponível, permitindo tanto avaliações de curtíssimo prazo como observações de expressivas séries de tempo.

e da cotação do PTAX, que é Taxa média do dólar norte-americano, praticada no mercado de câmbio, tomando por base as operações realizadas no mercado interbancário e divulgada pelo Banco Central, usando o programa Economática.

A base de dados possui 2201 fechamentos do Ibovespa, iniciando no dia 03/01/2000 e tendo como último fechamento a cotação do dia 13/11/2008. Com as mesmas datas de início

e término, a base possui 2211 cotações de fechamento do dólar. Essa diferença existe em virtude da abertura da de pregões de dólar em dias em que não houve negociações na Bovespa.

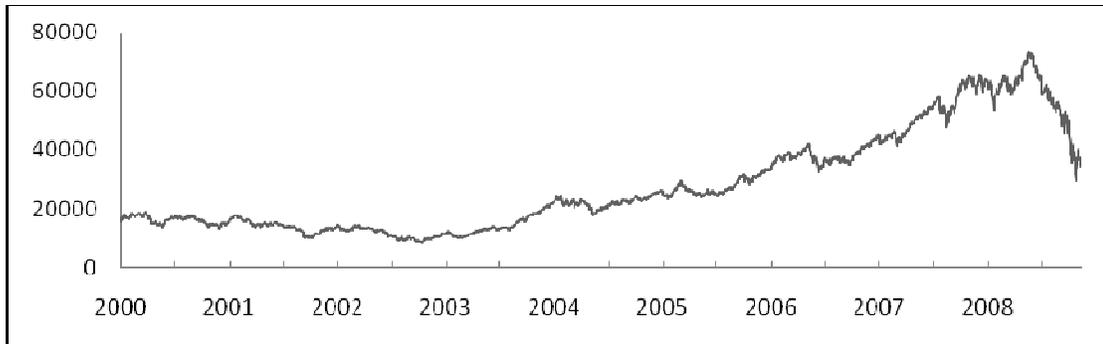


Figura 1 – Cotação do Ibovespa para t = 0 (2000) a T = 2201 (2008)

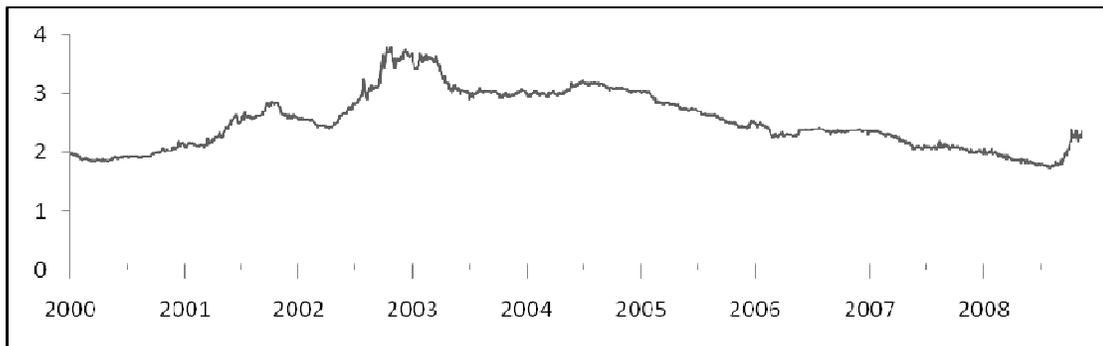


Figura 2 – Cotação do Dólar para t = 0 (2000) a T = 2211 (2008)

1.4.1 Método DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*)

Agora o que segue é uma explicação para método DFA usado por Costa e Vasconcelos e Peng et alii. Este método é foi escolhido como alternativa ao modelo R/S clássico. Para cada um dos fechamentos, x_t , onde $t = 0$ é a primeira cotação e T é a última para cada ativo, foi calculado o retorno de cada dia pela fórmula:

$$ret(t) = \ln \left[\frac{x_t}{x_{t-1}} \right].$$

A partir desses retornos é calculada a média, dada por:

$$\bar{r} = \frac{\sum_{t=1}^T ret(t)}{T}.$$

Dessa forma, criamos uma série $\{ X(t) \}$, que é da seguinte forma:

$$X(t) = \sum_{t'=1}^t [ret(t') - \bar{r}].$$

Feito isso, dividimos a série $\{X(t)\}$ em N intervalos não sobrepostos, chamados de I_n , todos de tamanho τ . Onde $n = 0, 1, \dots, N-1, N$, sendo que N representa a parte inteira de T/τ .

Em cada intervalo I_n , achamos uma reta tendência local definida da seguinte forma:

$$Y_\tau(t) = a_n + b_n * t$$

para cada $t \in I_n$. Onde os valores de a_n e b_n são encontrados por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) usando como parâmetro $X(t)$. Essa reta tem o objetivo de extrair a tendência que existe em cada intervalo, sobrando somente a tendência própria da série. Importante dizer que, segundo o método, qualquer polinômio de outro grau poderia ser usado, sendo dessa forma o método chamado de DFA- n , onde n é o grau da equação. Um exemplo de uso de outra reta para retirada da tendência de curto prazo é o método DMA, que utiliza a média móvel para tal procedimento. Segundo Carbone et alii (2004), o uso do método DMA apresenta execução mais rápida e melhor precisão quando comparado ao método DFA devido a melhor aproximação que a média móvel obtém para um número pequeno de dados. Foi escolhido o uso de do método DFA-1, pois há uma grande aceitação e utilização desse método em outros trabalhos. Além disso, esse método apresenta forma mais dinâmica para sua estimação por meio da programação computacional em linguagem C. Desse modo, encontra-se uma função de variação $F(\tau)$ dada por:

$$F(\tau) = \sqrt{\frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} [X(t) - Y_\tau(t)]^2}.$$

A partir desse ponto, Costa e Vasconcelos sugerem um procedimento, onde é calculado um $F(\tau)$ ponderado pelo desvio padrão dos dados da base. Isso é feito com o objetivo de se obter o expoente de Hurst mais facilmente. Vale ressaltar que foram feitos testes usando e não usando esse ajuste e os resultados obtidos foram iguais e por isso foi optado por não usá-lo.

Assim, o método DFA fornece uma função $F(\tau)$ que nos fornece um valor para cada tamanho τ escolhido. Nesse ponto o programa se mostra muito útil já que ele encontra outros tamanhos ideais para τ e refaz o cálculo de forma a obter valores da $F(\tau)$ para cada tamanho. A função $F(\tau)$ possui comportamento próximo a τ^{-H} e para se obter o expoente de Hurst (H) colocamos os dados em um plano log-log

$$\lg(F(\tau)) = H \lg(\tau)$$

e encontramos H pelo método de Mínimos Quadrados onde ele representa o coeficiente β da regressão.

Todo esse cálculo foi criado em linguagem de programação C+ utilizando o programa Dev-C++, que é gratuito e de licença livre. Os códigos utilizados tanto para o cálculo do expoente para o período todo quanto para o variável no tempo estão disponíveis no final do

trabalho. É necessário salientar uma característica do programa que pode trazer algumas dúvidas quando usado. Se a base de dados apresentar um número de retornos que seja um número primo, divisível por um e por ele mesmo, ou um número com poucos divisores, causando um baixo número de intervalos de tamanho τ diferentes para se estimar o expoente H , o programa retorna o valor estimado com erro. Para solucionar tal problema foi disponibilizada uma opção no programa no qual ele vai retirando os últimos dados da amostra até achar um número que possua o maior número de divisores possíveis e realiza o procedimento acima descrito.

Além disso, está à disposição outro programa que calcula o expoente de Hurst variável na linha do tempo. Este tem como objetivo analisar o comportamento da medida de memória de longo prazo com o passar dos anos. O cálculo usado é o mesmo do anterior com a diferença de que nele é escolhido o tamanho de uma janela móvel e o cálculo leva em conta somente os dados pertencentes a esse intervalo. Após isso, ele retira o dado mais antigo e agrupa o próximo dado mais novo para realizar novamente o procedimento. Neste trabalho foi escolhida uma janela de tamanho 240, pois representa em média a quantidade de dados contida em um ano. Outro motivo é o fato de que o último ponto analisado dessa forma é o total de retornos da base menos o tamanho da janela e, escolhendo uma janela maior, a análise cobriria cada vez mais um menor período de tempo.

É importante ressaltar que dessa forma, o programa só utiliza os dados da janela para efeito de cálculo de todos os procedimentos do algoritmo. Uma vez que não se altera esse fato, a função $X(t)$, que são os retornos acumulados menos o retorno médio, irá apresentar valores errados. Essa foi uma dificuldade inicial para se programar em linguagem C, mas que rapidamente foi sanada com a adição de algumas variáveis.

1.5 Limitações

O estudo se limita em estudar, com a ajuda do método DFA, as séries do Ibovespa e do dólar no período de janeiro de 2000 à novembro de 2008. E para o cálculo do expoente de Hurst variável no tempo, utiliza-se somente uma janela móvel de 240 dados.

O uso do programa disponível no final do trabalho também possui o uso limitado a séries caracterizadas pelo movimento Browniano. Uma vez que quando usadas em séries aleatórias não caracterizadas por tal movimento, o resultado obtido é errôneo ou nulo. Isso uma vez que foi usado uma base de dados gerado pela função aleatório() do programa Excel e os resultados não continham informação relevante, quando não retornavam um valor inválido.

Outros trabalhos fizeram estudos sobre o comportamento do expoente p para diferentes séries financeiras temporais como Marques (2007) que utilizou o método R/S clássico para analisar a série do Ibovespa do ano de 1996 a 2007 e encontrou um $H = 0.5298$, que significa que o Ibovespa não apresenta correlação temporal. Porém também estimou o expoente variável ao longo do tempo para analisar o comportamento do expoente ao longo dos anos. E de fato encontrou evidências para afirmar que há a correlação temporal para a série.

Cajueiro (2006) estudou também pelo método R/S o comportamento da taxa de câmbio no período de 1995 a 2004 incluindo uma análise variável ao longo do tempo. Seu trabalho dá ênfase ao abandono do regime de câmbio administrado e à adoção do regime de câmbio flutuante. Para a aplicação do seu método optaram por embaralhar os dados de cada subintervalo para não sofrerem efeito de memória de curto prazo no qual o método R/S não elimina no seu processo além de não reduzirem o número de observações disponíveis para o cálculo. Como resultado encontrou fortes indícios de que a política cambial utilizada no período criava correlação temporal. Afirma que no período de regime de bandas cambiais foi notada uma anti-persistência devido principalmente ao objetivo do regime, pois o Banco Central atuava de forma contrária quando havia algum movimento brusco na taxa que pudesse

levar a um rompimento da banda determinada. Também foi ressaltado que crises como a da Rússia e da Ásia em 1999 não afetaram a estrutura do mercado brasileiro, não alterando o patamar do expoente de Hurst. O que de fato mudou essa estrutura foi a adoção da política de câmbio flutuante alterando o valor calculado da memória, mas que logo se estabilizou. Cajueiro encontrou uma pequena mudança no valor de H no período de eleições no ano de 2002, mas que não foram proporcionais à variação que o câmbio teve naquele período. Fato em diverge um pouco do encontrado aqui neste trabalho, no qual o expoente chega a cruzar a linha 0.5 e volta ao nível anterior, talvez sinalizando um momento de mudança no comportamento do mercado em virtude da dúvida que se tinha quanto aos planos econômicos do então eleito presidente Luiz Inácio Lula da Silva. Este que se postou a resolver tal problema mantendo a política econômica inalterada e assim trazendo mais calma ao mercado. Tais fatos são bem definidos tanto na curva da cotação do dólar (Fig. 2) quanto na do expoente de Hurst para o dólar (Fig. 6).

Outro trabalho realizado por Cajueiro et alii (2004c) testa a dependência de longo prazo em três países: China, Cingapura e Hong Kong. A China nessa época apresentava dois tipos distintos de mercado acionário, um conhecido como classe A que era restrito aos investidores locais e outro chamado classe B, disponível para investidores estrangeiros. Hoje as regras mudaram um pouco devido a fuga das empresas que queriam abrir capital e procuravam Bolsas onde não existiam tais restrições. Outra característica importante é que o mercado chinês é dito como emergente e os outros dois são mercados desenvolvidos.

Utilizando o método R/S clássico, Cajueiro estudou os retornos diários desses mercados de Outubro de 1992 à Dezembro de 2000 e encontrou evidência da existência de memória de longo prazo nesses mercados, principalmente no de Cingapura e no tipo classe B da China. Uma das hipóteses que ele assume em seu trabalho é que, por ser mais restritivo, o mercado classe B da China iria apresentar expoente mais fora do valor 0.5. Porém o autor não se estende no estudo das possíveis causas para tais correlações no longo prazo. Um fato interessante é que Cajueiro se utiliza do método DFA descrito aqui para verificar os resultados obtidos.

Jacobsen (1996) investiga a série de retornos mensais de Dezembro de 1952 à Dezembro de 1990 para vários índices da Europa, Estados Unidos e Japão utilizando o método R/S modificado proposto por Lo (1991). Em seus resultados ele rejeita a hipótese de existência de memória de longo prazo quase todas as séries, apenas na Alemanha e Itália que o método sugere tal existência. Porém, o autor afirma que esse resultado mais se deve à provável existência de dependência de curto prazo e esta estivesse viesando o cálculo. Importante ressaltar que outros trabalhos, Teverovsky (1999 e 1999b), mostram que o método R/S modificado possui forte tendência em aceitar a hipótese nula de não existência de memória de longo prazo e que talvez essa abordagem não seja a melhor para este tipo de teste.

Um estudo feito por Dacorogna, Aste e Di Matheu (2005), mostra que alguns valores do expoente de Hurst podem ser associados à características específicas de cada mercado e dessa forma é possível diferenciá-los em relação aos seus estados de desenvolvimento. Para tal análise usaram taxas de câmbio (em relação ao dólar) de 29 países, 32 índices de bolsa de valores, títulos do tesouro americano de diferentes datas de vencimento e taxas eurodólar, que são as taxas de compra entre bancos, também com diferentes datas de vencimento. A base cobre o período de 1990 até 2001 para alguns dados e para outros começam somente em 1993.

Usaram como método de análise o R/S generalizado, que combina fatores do R/S clássico com o R/S modificado. Como resultado encontraram que países com estruturas de mercado parecidas se encontram em patamares parecidos para o valor de H , dessa forma, o estudo mostra que o expoente H para países emergentes se encontra bem acima do expoente de países ditos como desenvolvidos.

1.6 Correção e validação

Para a verificação e validação do método, foi utilizado o programa fornecido por Marques (2007), onde apesar de os resultados não serem idênticos, são bastante próximos, mostrando apenas uma pequena variação em virtude do método. Essa variação poderia ser em virtude de que o método R/S tende a superestimar o valor de H devido ao uso de uma amostra finita de valores. Para uma série infinita o método R/S tende a 0, quanto menor for a série, mais próximo de 1 fica o resultado.

2 Aplicação do método DFA ao retorno do dólar e do Ibovespa

Para cada dado da amostra é calculado o retorno seu retorno pela fórmula descrita acima. Dessa forma obtemos um gráfico dos retornos da seguinte forma:

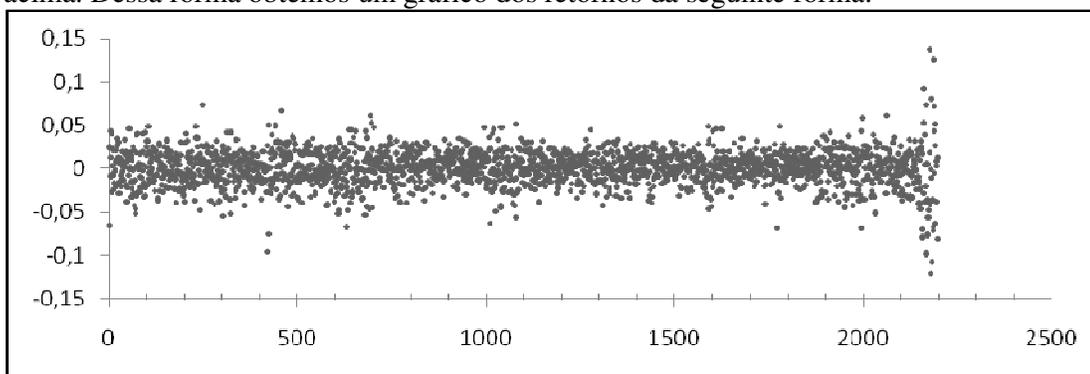


Figura 3 - Retorno do Ibovespa de $t=0$ (2000) a $T=2200$ (2008)

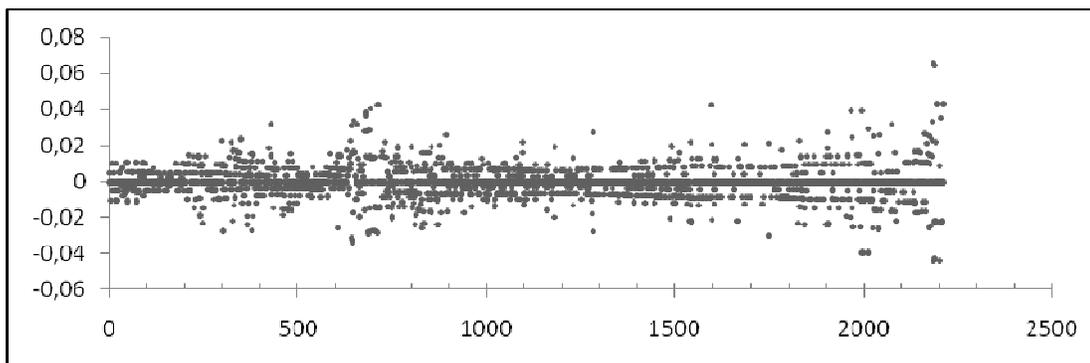


Figura 4 - Retorno do Dólar de $t=0$ (2000) a $T=2210$ (2008)

É importante ressaltar o um fato que diferencia essa base das outras utilizadas em outros estudos. Até o início do ano de 2008 o mundo viveu uma forte onda de crescimento e isso é claramente notado ao se observar os patamares alcançados pelo índice Ibovespa e a queda contínua que o dólar vinha sofrendo nos últimos anos.

Frente aos outros trabalhos, este se diferencia principalmente pelo fato de optar por usar o método DFA como ferramenta de análise enquanto outros trabalhos já comentados dão preferência pelo uso do método R/S. De fato, não existe um método ideal. Todos apresentam vantagens e desvantagens. O método DFA apesar de apresentar melhor precisão quando comparado ao método R/S clássico, ainda sofre da necessidade de dividir a série em blocos,

algo que o método DMA não necessita (para um detalhamento sobre o procedimento do método DMA ver Carbone 2007).

Porém, uma crise iniciada no ano de 2007 teve seu ápice no começo desse ano e vem provocando a quebra de grandes empresas internacionais como bancos, indústrias automotivas e outras. Conhecida como *subprime*, essa crise tem causado pânico entre as bolsas de todo o mundo, levando a uma desvalorização muito grande desses indicadores nos últimos meses. Em menos de seis meses o índice Ibovespa alcançou o nível do ano de 2006 e o Dólar se valorizou em quase 50% frente ao Real. Devido a essa alteração de cenário, muitas empresas brasileiras sofreram prejuízos com operações de derivativos e isso refletiu na desvalorização de duas ações.

É por causa desse momento que os últimos retornos dos gráficos na figura 3 e 4 apresentam uma variação muito maior do que as que vinham se concretizando anteriormente. Se utilizando do método DFA, é encontrado um $H = 0.5275$ para os retornos do Ibovespa e $H = 0.6022$ para o dólar.

Para efeito de curiosidade, foram retirados os 200 últimos retornos, que são aqueles pertencentes ao período da crise, e novamente aplica-se o método. Os resultados obtidos foram $H = 0.5799$ para os retornos do dólar e $H = 0.5179$ para os retornos do Ibovespa. Apesar da diminuta queda apresentada outros testes que tiram ainda mais os últimos retornos levam a crer que desde o início da crise o expoente de Hurst está se deslocando para fora da média de 0.5. Isso pode ser interpretado como uma causa de ineficiência do mercado.

Essa interpretação se baseia no fato de que em momentos de crise os investidores não levam em conta os dados sobre os ativos disponíveis. Pelo contrário, eles tendem a agir como a massa, conhecido também como efeito manada.

Também foi feita uma análise do comportamento do expoente de Hurst ao longo do tempo. Para tal estudo foi usado uma janela móvel de 240 dados que varre o período inteiro de estudo. A varredura dá passos de 1 ponto, ficando da seguinte forma: [0:240]; [1:241] e segue dessa forma até $T = 2201$. Nesse caso é feito o mesmo procedimento do DFA só que assumindo somente os pontos contidos no intervalo.

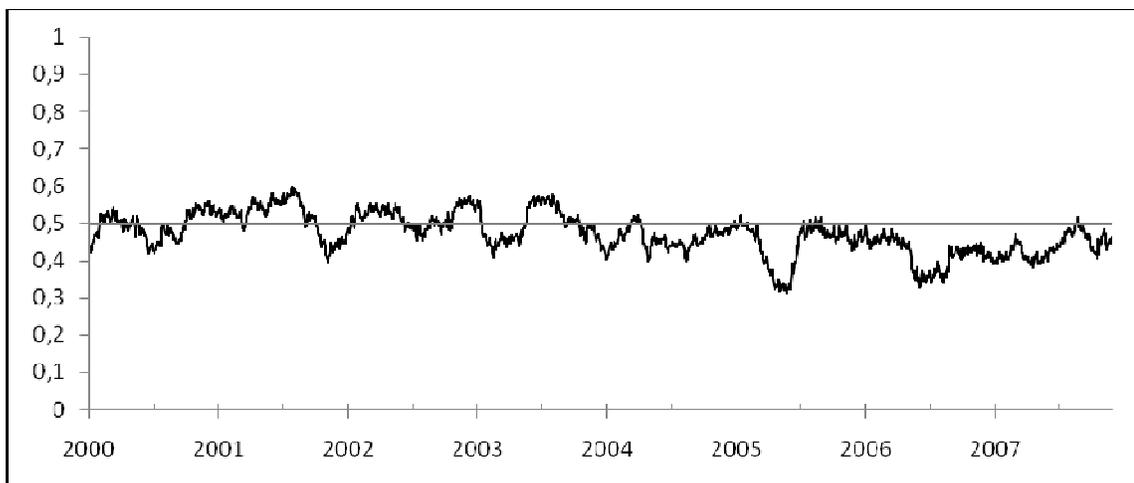


Figura 5 – Variação do Expoente de Hurst para a série do Ibovespa $t=0$ (2000) a $T = 1960$ (2007)

Inicialmente nota-se que o expoente cruza a linha “eficiente” ($H=0.5$) no começo de volta a cair no meio do ano de 2000. Analisando o período, um fato que se destaca bastante é a crise vivida na Argentina. Em virtude de seu câmbio pareado com o dólar americano, ela não conseguia conter a recessão que vivia uma vez que a taxa de juros acompanhava a

americana. Essa crise tomou proporções maiores conforme o passar do tempo, até o ponto onde a Argentina declarou moratória da dívida externa no final do ano de 2001. Esse tipo de atitude é vista pelos investidores como algo muito negativo e, essa atitude, inicialmente eles não viam a diferença entre o mercado brasileiro e o argentino o que causou uma pequena variação no índice Ibovespa, porém uma grande oscilação do expoente medido nesse período.

Juntando-se a esse fato, em Setembro de 2001 houve o atentado nos Estados Unidos que provocou um pânico em todo o mundo. Passado algum tempo o expoente volta a se aproximar do valor 0.5 e logo se alterando no final de 2002, provavelmente em virtude das eleições no Brasil e a dúvida da política que o governo Lula iria adotar. Todos esses movimentos levam a crer que determinados fatos, como crises e acontecimentos extraordinários, levam o mercado a agir de modo ineficiente. Nota-se também que as alterações no expoente não são marcadas por grandes alterações no índice.

Percebe-se que o expoente se localiza em torno de 0.5 até o ano de 2005., onde começa a indicar comportamento de forma anti-persistente. O grande pico do expoente para baixo é marcado por dois ocorridos importantes no Brasil. Primeiro, o então ministro Antônio Palocci segue com uma política de aumento da taxa básica de juros no Brasil, que em Janeiro de 2005 estava em 18.25% e em Maio já alcançava 19.75% e onde a memória alcança o valor mais baixo no período. Além disso, o ano de 2005 foi marcado na política pela descoberta de um esquema de corrupção no governo federal, envolvendo também o ministro Palocci. Mesmo com esses fatos, em termos econômicos o Brasil passava por um período fértil. O Ibovespa batia recorde de pontos.

Esses fatos levam a crer que o principal motivo para haver uma memória tão anti-persistente vem do fato da mudança na taxa de juros. Isso porque a recuperação do expoente H também coincide com o início do corte da taxa. Isso sugere que uma taxa de juros muito alta leva o mercado a uma ineficiência, porém mais estudos acerca disso são necessários para poder afirmar com mais precisão e que está fora do escopo desse estudo.

Não só isso, a corrupção parece afetar bastante o funcionamento do mercado, pois no ano de 2006, onde há uma nova queda do expoente, houve fatos marcantes relacionados com o esquema descoberto em 2005, como a quebra do sigilo bancário de um caseiro, onde o principal suspeito pela atitude era o ministro Palocci. Talvez a relação venha do fato de como o investidor enxerga a estrutura política do país e, em momentos como esse, onde a corrupção fica evidente, como reage aos fatos. Existe também a possibilidade de que a corrupção leve o mercado a uma ineficiência.

É importante salientar o fato de que esse estudo da variação não abrange os últimos dados referentes ao final do ano de 2007 e ano de 2008 por causa do tamanho usado na janela. Uma vez que uma janela com menor dados não traria uma estimação para o expoente confiável.

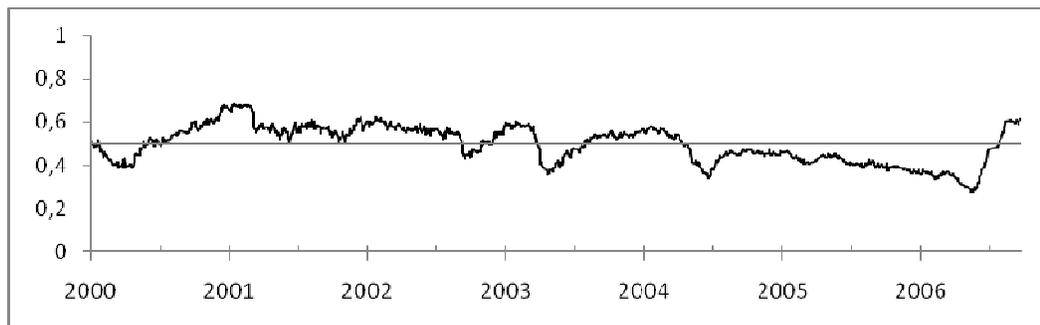


Figura 6 – Variação do Expoente de Hurst para a série do Dólar $t=0$ (2000) a $T = 1227$ (2007)

Agora tomando como base o expoente de Hurst variável para a série do dólar, o primeiro fato que se faz interessante é como o comportamento dele se difere do comportamento do expoente da série do Ibovespa. Enquanto o do índice varia entre 0.5, as vezes ficando abaixo e as vezes acima, o do dólar apresenta dois comportamentos bastante distintos, um persistente até pouco depois da metade do ano de 2002, um período de oscilação, e um comportamento anti-persistente.

Esse aspecto para o expoente pode vir de duas políticas distintas em relação ao dólar. Antes de 2002, o governo FHC havia acabado de instaurar o regime de câmbio flutuante e as reservas brasileiras desse tipo de moeda eram baixas, dessa forma o governo não tinha poderio para tentar segurar alguma alta expressiva da taxa de câmbio e o que aconteceu foi exatamente isso. Os bancos e outros investidores assumiram posição comprada no dólar logo após desse regime fazendo com que a moeda apresentasse uma alta. Junto a esse fato, soma-se a crise argentina, exatamente causada por um problema cambial, que tomou proporções maiores e que afetaram o Brasil causando escassez da moeda. Como já citado anteriormente, inicialmente os investidores não distinguiram a economia brasileira da argentina, o que causou algumas mudanças no mercado brasileiro, mas que rapidamente foram dissipadas quando os investidores notaram as diferenças nas estruturas econômicas dos dois países.

Dessa forma, durante o expoente se situa acima do valor de 0.5, variando sempre na casa de 0.6. Com as eleições de 2002, houve um claro momento de mudança de comportamento da memória de longo prazo, onde ela cruza o eixo central para baixo e logo após para cima. Talvez refletindo a incerteza dos investidores em relação a política futura, também já citado no trabalho. Mas o fato mais importante é como o expoente durante o governo Lula se mostra anti-persistente. Essa relação pode estar ligada diretamente a forma como o Banco Central atuou nesse período aumentando as reservas internacionais. O país passou de devedor em dólar para credor durante esses últimos anos. Para mostrar em números, em outubro de 2002 o Brasil somava pouco mais de 35 milhões de dólares em reservas, e em setembro de 2008 essa quantia já estava na casa dos 200 milhões.

Ou seja, o governo assumiu uma posição sempre contrária ao movimento do mercado, mas predominantemente comprada. O pico de 2003 refere-se principalmente a tentativa do governo brasileiro controlar a alta expressiva que o dólar sofreu no período de eleição. Em Fevereiro de 2003 o Banco Central brasileiro ofertou 200 milhões de dólares durante 27 dias onde 97 milhões foram vendidos. Ou seja, assumiu a posição contrária a do mercado e marcando uma tendência anti-persistente. Como foi ressaltado o governo atuou dessa forma ao longo dos anos entre 2002 e 2008. Não se pode classificar essa atuação como uma tentativa de prejudicar o mercado, pois também por causa dessas compras graduais de dólar o Brasil chegou a uma posição de credor e isso colaborou para a obtenção do grau de investimento no ano de 2008.

Mesmo com essa posição, o Banco Central não conseguiu conter a entrada expressiva da moeda norte americana no Brasil. Isso foi principalmente pela entrada de investidores internacionais no mercado brasileiro, seja pela forma de investimentos no mercado acionário, seja por parcerias com empresas locais. Essa entrada refletiu principalmente no índice Ibovespa que aumentou sua valorização.

É notória a mudança do comportamento do expoente de Hurst no ano de 2006, isso talvez mostre o fato de que as medidas antes usadas para controlar o mercado de câmbio pelo governo brasileiro já não apresentavam efeito em meio à abundância de dólares que invadia o mercado brasileiro.

3 Conclusões

Segundo a teoria de eficiência de mercado o preço atual de um ativo já reflete toda informação disponível sobre ele. Assim, fatos passados não influenciam na determinação do seu valor futuro. Além disso, é possível caracterizar o movimento do preço desses ativos como um movimento Browniano com $H = 0.5$, conhecido como *random walk*. Porém, estudos recentes demonstram que nem sempre isso se verifica, pois com o auxílio de técnicas, foram encontradas evidências de que para determinadas situações os preços dos ativos apresentam correlação temporal. Uma dessas técnicas é conhecida como expoente de Hurst e foi usado pela primeira vez na criação de uma represa. Posteriormente foi observado que também havia a possibilidade de utilizá-lo em séries financeiras temporais. Nesse e em outros trabalhos o expoente de Hurst foi utilizado para estimar a correlação temporal em séries financeiras.

Como resultado de tais estudos foi possível afirmar que políticas, fatos e acontecimentos econômicos podem alterar a eficiência do mercado através da correlação temporal. Sejam políticas cambiais, seja planos econômicos ou até mesmo crises, todos esses fatores podem levar o mercado a uma “ineficiência”. Especificadamente este trabalho sugere que a crise do *subprime* vem causando uma alteração no valor do expoente H tanto para a série do dólar quanto para do Ibovespa.

Para o estudo variável ao longo do tempo, foi notado que fatos como corrupção e política de juros influenciam fortemente o funcionamento do mercado quando se analisa o comportamento do expoente de Hurst na série do Ibovespa. Talvez fique mais evidente nessa série, pois ela refletiria o comportamento do investidor como um todo no mercado brasileiro, enquanto o dólar apresenta um número menor de agentes.

No mercado de câmbio o comportamento do expoente é bem diferente quando comparado ao Ibovespa. O comportamento do dólar provavelmente está bem ligado à política do governo brasileiro em aumentar as reservas cambiais. Os picos são bem explicados por alguma atitude relacionada a essa política. Isso até o momento onde os investidores estrangeiros entraram no mercado brasileiro trazendo um aporte de capital elevado, tirando assim o controle da estrutura das mãos do Banco Central.

Além do método diferente, o trabalho apresenta diferentes causas, que não foram levadas em contras em outros estudos, para a causa das variações da memória de longo prazo nas séries temporais financeiras.

Como sugestão para futuros estudos seriam análises pelo método DFA nas séries financeiras temporais onde, ao invés de se utilizar uma reta tendência para a retirada da mesma nos intervalos, se organizasse os dados de forma aleatória. Além de outros métodos, como transformada de Wavelet ou DMA, são sugestões para métodos de análise futuros.

É sugerido um estudo onde tente encontrar a correlação de crises de políticas e a atuação dos agentes do mercado financeiro, além de estudar a influências da taxa de juros no comportamento do expoente de Hurst, tentando entender se uma taxa de juros alta leva o mercado à “ineficiência”.

Referências bibliográficas

- ASTE, T.; DACOROGNA, M. M.; MATTEO, T. Long-term memories of developed and emerging markets: Using the scaling analysis to characterize their stage of development. **Journal of Banking & Finance**, V.29, p. 827-851, 2005 .
- BOUCHAUD, J.P.; POTTERS, M. Theory of Financial Risks: from Statistical Physics to Risk Management, **Cambridge University Press**, Cambridge, 2000.

CAJUEIRO, D. O.; TABAK, B. M.; SOUZA, S. R. S. Investigação da memória de longo prazo na taxa de câmbio do Brasil. **Trabalhos para Discuss o**, Banco Central do Brasil. v.113, 2006.

_____. (2006b). Testing for long-range dependence in stock markets. **Chaos, Solitons & Fractals**, 2006

_____. Testing for time-varying long range dependence in volatility for emerging markets. **Physica A**, v.346, no.3-4, p.577-588, 2005.

_____.(2005b) Possible causes of long range dependence in the Brazilian stock market. **Physica A**, v.350,n.2, p.418-426, 2005.

_____. (2005c). The rescaled variance statistic and the determination of the Hurst exponent. **Mathematics and computers in simulation**, v.70, n.3, p.172-179, 2005.

_____. Ranking efficiency for emerging markets. **Chaos, Solitons and Fractals**, v.22, no.2, p.349-352, 2004.

_____. (2004b). The Hurst exponent over time: testing assertion that emerging markets are becoming more efficient. **Physica A**, v.336, p.521-534, 2004.

_____. (2004c). Evidence of long range dependence in Asian equity markets: the role of liquidity and market restrictions. **Physica A**, v.342, n_.3-4, p.656-664, 2004.

CARBONE, A.; ARIANOS, S. Detrending moving average algorithm: A closed-form approximation of the scaling law. **Physica A**, v. 382, p. 9-15, 2007

CARBONE, A.; CASTELLI, G.; STANLEY, H.E. Time-dependent Hurst exponent in financial time series. **Physica A**. v.344, p.267-271.2004.

COSTA, R.L.; VASCONCELOS, G.L. Long-range correlations and nonstationarity in the Brazilian stock market. **Physica A**, n. 329, p.231-248,2003.

FAMA, E. F. Efficient capital markets: a review of theory and empirical work. **Journal of Finance**, Maio, p. 383-417, 1970.

HURST, H.E., Long term storage capacity of reservoirs. **Transactions of the American society of civil engineers**, n.116, p.770-779, 1951.

JACOBSEN, B. Long Term Dependence in stock returns. **Journal of empirical Finance**, p.393-417 Amsterdam, 1996.

LO, A.W. Long-term memory in stock market prices, **Econometrica**, v.59, p.1279-1313,1991.

MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **The Journal of Business**. v. 36. n. 4. p.394, out, 1963.

MANDELBROT, B.; WALLIS, J. Computer experiments with fractional Gaussian noises. **Water Resources Research**,p.228-267, 1969.

MANDELBROT, B., HUDSON, R. **Mercados financeiros fora de controle: a teoria dos fractais explicando o comportamento dos mercados.** Tradução de Afonso Celso da Cunha Serra. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

MANTEGNA, R.; STANLEY, H.E. An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance, **Cambridge University Press**, Cambridge, 1999.

MARQUES, B. A. A. **Um estudo sobre a teoria dos fractais e sua relação com a memória de longo prazo em séries temporais financeiras.** Trabalho de conclusão de graduação, Ribeirão Preto, 2007.

PENG, C.K.; BULDYREV, S.V.; HAVLIN, S.; SIMONS, M.; STANLEY H.E.; GOLDBERGER, A.L., Mosaic organization of DNA nucleotides. **Physical Review E**, n.49, (1994) 1685.

SILVA, C.A. T., MATIAS, M. A., VIEIRA, L. A inserção da teoria dos fractais na contabilidade financeira: evidências teórico-empíricas. In: CONGRESSO USP DE CONTROLADORIA E CONTABILIDADE, 6, 2006. São Paulo. **Anais eletrônicos...** Disponível em < <http://www.congressoeac.locaweb.com.br> > . Acesso em: 10 dez. 2008.

TEVEROVSKY, V.; TAQQU, M. S.; WILLINGER, W. A critical look at Lo's modified R/S statistic. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v.80, p.211-227, 1999.

_____. (1999b). Stock market prices and long-range dependence. **Finance and Stochastics**, v.3, p. 1-13, 1999.