

A Performance dos Fundos de Investimento Analisada Sob a Ótica da Cointegração e dos Regimes de Markov

Área Temática: Finanças

AUTORES

BRUNO MILANI

UNIVERSIDADE FEDERAL DA SANTA MARIA

milani_bruno@yahoo.com.br

PAULO SERGIO CERETTA

Universidade Federal de Santa Maria

ceretta10@gmail.com

MARCELO BRUTTI RIGHI

UNIVERSIDADE FEDERAL DA SANTA MARIA

marcelobrutti@hotmail.com

RESUMO

O presente trabalho, após uma revisão teórica acerca de modelos e resultados obtidos por estudos anteriores, verifica a cointegração entre os Fundos de Investimentos e o Mercado, traçando um paralelo com o tradicional modelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*). Os retornos são artificialmente transformados em preços para viabilizar a análise através da cointegração. Duas análises são realizadas: uma acerca da regressão entre as séries de preços e outra acerca da regressão entre os retornos do fundo contra os retornos do mercado e o vetor de correção de erros, sendo que este último não é significativo. Ambas análises são sujeitas às mudanças de regimes de Markov. Os resultados demonstram que as séries são cointegradas e há regimes muito bem definidos, de forma que anteriormente à crise econômica deflagrada em 2008 havia a predominância de um regime que terminou após este evento. O coeficiente linear é analisado análogamente ao Alfa de Jensen (1967) e alguns comentários são traçados a respeito da performance dos gestores de fundos, os quais expõem menos os fundos ao mercado em momentos de crise e obtêm os maiores coeficientes lineares em momentos de baixa volatilidade.

Palavras-Chave: Fundos de Investimento, Cointegração, Regimes de Markov

ABSTRACT

This paper, after a review about theoretical models and results obtained by previous studies, checks the cointegration between investment funds and the market, drawing a parallel with the traditional CAPM (*Capital Asset Pricing Model*). The returns are artificially transformed into prices to enable analysis through cointegration. Two analyzes are performed: one on the regression between price series and another about the regressions between the fund returns against market returns and the vector error correction, the latter is not significant. Both analyzes are subject to Markov regime changes. The results show that the series are cointegrated and there are well defined regimes, so that before the economic crisis started in 2008 there was a predominance of a regime that ended after this event. The linear coefficient is analyzed analogously to the Alpha Jensen (1967) and some comments are drawn regarding the performance of fund managers, which funds less exposed to the market in times of crisis and get the highest linear coefficients in times of low volatility.

Key-words: Mutual Funds, Cointegration, Markov Switches

1 INTRODUÇÃO

Entre as décadas de 1950 e 1960, o mundo das finanças vivenciou uma revolução, protagonizada por Markowitz (1952), Lintner (1965), Treynor (1965), Sharpe (1966) e Jensen (1967), os quais individualmente desenvolveram modelos que consolidaram a relação proporcional entre risco e retorno, estabelecendo um novo paradigma, ainda não completamente suplantado. Até Markowitz (1952), não haviam sido publicados estudos com rigor científico sobre a gestão de portfólios e, embora a preocupação com o retorno do portfólio fosse dominante, não se buscava definir que variáveis afetavam ou determinavam o retorno, relegando a prática de montagem de portfólios a estratégias de tentativa e erro, visando encontrar ativos que poderiam obter valorização futura. Markowitz definiu que a relação entre retorno esperado e variância do retorno, ou seja, a relação entre risco e retorno.

O investidor individual passa a ser o centro das atenções em Sharpe (1966). Neste ponto, a relação entre risco e retorno estava consolidada e a tarefa do gestor estava firmada em selecionar, entre os inúmeros portfólios possíveis, aquele que seria eficiente.

Contudo, Sharpe (1966) admite que existe a possibilidade de encontrar ativos mal-precificados que, ao serem incluídos no portfólio, aumentarão o retorno sem aumentar o risco. Para encontrar tais ativos, seria preciso prever o seu comportamento. Levanta-se a teoria de *Random Walks*, a qual postula que o comportamento passado de um ativo não possui valor algum para prever seu comportamento futuro. Se o comportamento dos ativos for semelhante ao prescrito nesta teoria, encontrar ativos mal-precificados pode ser uma tarefa difícil e cara, o que pode implicar em redução do retorno líquido, devido a despesas de corretagem. Nas palavras de SHARPE (1966, p. 121), “se assim for, não é porque os analistas não fazem seu trabalho corretamente, mas porque o fazem muito bem”. Ou seja, o fato de não encontrarem-se ativos mal precificados é um indicador de que o mercado é bom. O autor ainda se destaca por ser o primeiro a focar o estudo nos fundos de investimento e levanta o questionamento acerca de quais são as funções dos fundos de investimento. Um gestor pode gerir um fundo que possui um portfólio mais eficiente do que o portfólio de outro fundo. Porém, estas diferenças não se sustentam no longo prazo. Assim, nasce o índice de Sharpe (1966), que nada mais é do que a razão entre o retorno médio e o desvio-padrão.

Jensen (1967) retoma a discussão sobre a dicotomia de comprar ativos mal precificados (prevendo seu comportamento) ou montar um portfólio bem diversificado, e decide direcionar seu estudo à mensuração da capacidade de previsão por parte do gestor. O autor critica as medidas de *performance* criadas até então, devido ao fato de todas serem medidas relativas, pois seria mais importante desenvolver uma medida absoluta de desempenho. Ou seja, medidas criadas até então, como os índices de Sharpe (1966) e Treynor (1965) classificam os portfólios (ou fundos de investimento) com o objetivo de compará-los entre si, estabelecendo quais foram os melhores desempenhos e quais foram os piores.

A co-variância do retorno do fundo com o retorno do mercado é admitida pelo autor de risco sistemático. Assim, Jensen (1967), diferentemente de seus antecessores, admite dois tipos de risco: o risco do portfólio, que pode ser minimizado através da diversificação eficiente e o risco sistemático, ou risco de mercado, ao qual o portfólio está submetido e que é exógeno à gestão do fundo, ou seja, não depende do comportamento do gestor. Supondo que o risco do portfólio (posteriormente chamado risco diversificável ou risco idiossincrático) efetivamente é minimizado, o retorno de um fundo de investimento pode ser explicado pelo risco sistemático.

Mas, seria o risco de mercado o único determinante da *performance* dos fundos de investimento? Como medir a influência/habilidade do gestor? Se existe uma parcela do retorno dos fundos independente da variação do excesso de retorno de mercado, é preciso adir um termo independente na equação, ou seja, um coeficiente linear. Jensen (1967) chama-o de

Alfa (α_i), que posteriormente ficou conhecido como Alfa de Jensen e é o intercepto da reta que explica o retorno dos fundos. A nova equação é representada a seguir:

$$R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_i(R_{M,t} - R_{f,t}) + \varepsilon_{i,t}. \quad [01]$$

Na equação [01], $R_{i,t}$ representa o retorno do fundo i no período t ; $R_{f,t}$ representa o retorno do ativo livre de risco f no período t ; $R_{M,t}$ é o retorno do mercado M no período t ; $(R_{i,t} - R_{f,t})$ é o excesso de retorno do fundo de investimento i no período t ; $(R_{M,t} - R_{f,t})$ é o excesso de retorno do mercado M no período t ; β_i é a medida do risco sistemático; $\varepsilon_{i,t}$ representa o erro aleatório, α_j é o coeficiente linear Alfa, o qual representa “a taxa incremental de retorno do portfólio por unidade de tempo que é devida unicamente a habilidade do gestor em prever o preço futuro de ativos” (JENSEN, 1967, p. 8).

A contribuição de Jensen (1967) é expressiva, pois finalmente há uma maneira de avaliar a gestão dos fundos de investimento (ou portfólios) sem apenas levar em conta a *performance* de seus pares, como em Treynor (1965) e Sharpe (1966). Jensen (1967) também se destaca pela inclusão do risco sistemático, pois Markowitz (1952) e Lintner (1965) consideravam apenas a existência do risco diversificável.

A análise do comportamento de ativos financeiros avançou com a utilização de técnicas, como por exemplo a co-integração, cujo estudo seminal foi o de Engle e Granger (1987), a partir de contribuições de Granger (1966), o que acabou rendendo-lhe o prêmio Nobel de 2003. A utilização da co-integração representa uma considerável mudança, pois ao invés de retornos, baseia-se nos preços. O emprego da co-integração para a avaliação de portfólios foi preconizada por Alexander (1999), que chama a atenção para o fato de que a diferenciação necessária para a utilização de outros modelos (devido ao problema da não-estacionariedade) implica em perda de informações referentes a tendências de longo prazo.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

Até o surgimento da co-integração, a análise financeira estava condicionada ao uso da correlação entre séries temporais, que embora tenha proximidade com o conceito de co-integração, pode levar a conclusões diferentes. Segundo Alexander (1999) a correlação reflete co-movimentos nos retornos, os quais estão suscetíveis a instabilidade ao longo do tempo, de forma que estratégias de gestão de portfólios baseadas na correlação requerem frequentes re-balanceamentos. A co-integração, contudo, mensura co-movimentos de longo prazo nos preços, que podem ocorrer mesmo com a presença de períodos em que a correlação estática apresenta-se muito baixa. Alexander e Dimitriu (2004) caracterizam estes períodos como *clusters* de volatilidade.

Em um estudo focado no universo dos fundos de Investimento, Alexander e Dimitriu (2004) argumentam que modelos de otimização para a replicação de *benchmarks* focam na minimização da variação do *tracking error*, ou seja, quanto a variação do retorno do portfólio se afasta da variação do retorno do *benchmark*. Também há uma preocupação muito forte com os custos de transação envolvendo o re-balanceamento do portfólio. Contudo, modelos de otimização baseados no *tracking error* ou na correlação sofrem uma série de inconvenientes, especialmente quando aplicados a um cenário de investimentos passivos. Em primeiro lugar, minimizar o *tracking error* em relação ao um índice, sendo uma combinação linear de preços de ações, inclui uma quantidade significativa de ruídos que podem resultar num portfólio com características muito específicas da amostra e instável em situações de volatilidade de mercado.

Ainda de acordo com Alexander e Dimitriu (2004), limitações adicionais são geradas pela natureza da correlação como uma medida de dependência: só é aplicável a variáveis estacionárias, como retornos de ações (que requerem transformações em relação a variável em

nível), levando à desvantagem da perda de informações valiosas (por exemplo, as tendências comuns nos preços). Assim, é uma estatística instável e de curto prazo. Enfim, Alexander e Dimitriu (2004) criticam o fato de que dependendo do modelo utilizado para a estimação, a correlação pode ser muito sensível a presença de *outliers*, não-estacionaridade e *clusters* de volatilidade, que limitam o uso de séries grandes e pode levar a conclusões errôneas sobre a natureza das dependências de curto prazo. Em suma, estratégias de investimentos baseadas apenas na correlação e volatilidade podem não garantir a mensuração da *performance* no longo prazo.

O aspecto principal que justifica a aplicação da cointegração para um conjunto de preços de ações é o fato de que eles podem compartilhar uma tendência estocástica comum (Stock e Watson, 1991). Alexander e Dimitriu (2004) ainda destacam que a cointegração existe quando há pelo menos uma combinação linear estacionária dos seus preços, ou simplesmente, há uma reversão à média nos seus *spreads*. A conclusão de que o *spread* em um sistema de preços reverte-se à média não dá informação nenhuma sobre a previsão de preços individuais no sistema, ou a posição do sistema em algum momento futuro, mas prove a informação valiosa de que, independentemente da posição do sistema, os preços vão manter-se juntos no longo prazo.

A regressão de uma série temporal com raiz unitária contra outra série temporal com raiz unitária pode produzir uma regressão espúria, a menos que o erro gerado por esta regressão seja estacionário (GUJARATI, 2006, p. 659). Ou seja, é possível que a combinação linear de duas séries não-estacionárias faça com que suas tendências estocásticas anulem-se entre si, caracterizando uma relação de longo prazo. A situação é exemplificada com o auxílio da Equação [2].

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \mu_t \quad [2]$$

Onde Y_t e X_t são variáveis em nível (preços); β_1 e β_2 são parâmetros; μ_t é o erro da regressão, que é estacionário.

Ainda de acordo com Gujarati (2006, p. 661), no curto prazo pode haver desequilíbrio entre duas séries cointegradas (erro de equilíbrio), mas no longo prazo o desequilíbrio é corrigido pelo mecanismo de correção de erro. O erro da Equação [2], μ_t , pode ser utilizado para ligar o comportamento de curto prazo de Y com seu valor de longo prazo, fazendo uma correção dos desequilíbrios de curto prazo. O mecanismo de correção de erro mostra que Y depende de X e também do erro do período anterior, conforme Equação [3]:

$$\Delta Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta X_t + \alpha_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad [3]$$

Onde ΔY_t é a variação do preço de Y_t ; ΔX_t é a variação do preço de X_t ; α_0 , α_1 e α_2 são parâmetros; μ_{t-1} é o erro da Equação [2] defasado em um período; ε_t é o erro da Equação [3].

Segundo Gujarati (2006, p. 661), a equação [3] mostra que ΔY_t depende de ΔX_t e também de um termo de erro de equilíbrio. Se o último for diferente de zero, o modelo está fora de equilíbrio. Se ΔX_t é zero e μ_{t-1} é positivo, então Y_t está elevado demais para estar em equilíbrio. Espera-se que α_2 seja negativo e, portanto, $\alpha_2 \mu_{t-1}$ deve ser negativo, de forma que ΔY_t será negativo para restaurar o equilíbrio. Isto é, se Y_t estiver acima de seu valor de equilíbrio, começará a cair no período seguinte para corrigir o erro de equilíbrio, daí o nome de Mecanismo de Correção de Erro. Assim, o mecanismo de correção de erro faz a correção dos desequilíbrios de curto prazo.

Levando em consideração que preços são processos com memória de longo prazo (Granger e Terasvirta, 1993), a cointegração é capaz de explicar o seu comportamento de longo prazo. De acordo com Alexander e Dimitriu (2004), a lógica da construção de portfólios baseada no relacionamento cointegrado com um *benchmark* encontra suporte em dois aspectos principais: em primeiro lugar, a diferença de preços entre um *benchmark* e o portfólio é, por definição, estacionária e implica que o *tracking portfolio* vai estar “amarrado” ao *benchmark* no longo prazo. Em segundo lugar, os pesos das ações, baseados num longo

histórico de preços, terão estabilidade apurada. Estas propriedades são o resultado de fazer uso completo da informação contida nos preços das ações antes de remover sua tendência.

Embora o advento da cointegração tenha representado grande avanço, existe a possibilidade de que o vetor de cointegração nem sempre mova-se para o equilíbrio de longo prazo, mas apenas quando o desvio do equilíbrio exceda um *threshold* crítico. Esta possibilidade foi levantada por Balke e Fomby (1992), que argumentam que a cointegração pode ser “ativada” ou “desativada” conforme a variação dos preços.

Balke e Fomby (1992) examinam as séries de retorno dos títulos públicos dos EUA e sua taxa de desconto, na busca de uma cointegração com *thresholds*, que nada mais são do que limites dentro dos quais diferentes regimes podem acontecer, como se fosse preciso um modelo para explicar as variações dos preços de cada regime. Seus resultados foram positivos: não existe cointegração dentro de uma determinada amplitude de preços, mas existe fora. A análise dos *thresholds* é importante, pois permite compreender melhor o comportamento dos preços, sabendo que a relação entre duas variáveis altera-se em diferentes condições de mercado.

Contudo, os *thresholds* não são a única maneira de averiguar mudanças de regime. Os regimes de Markov enfocam, ao invés do uso de limites, o uso da probabilidade para localizar trocas de regime em séries temporais não lineares. Esta idéia é discutida por Tong (1983) e operacionalizada por Hamilton (1989), considerando um modelo autoregressivo com mudanças de regime aperiódicas. Segundo Tsay (2010, p. 187), uma série temporal apresenta mudanças de regimes de Markov se satisfaz a Equação [4]:

$$x_t = \begin{cases} c_1 + \sum_{i=1} p\phi_{1,i}x_{t-1} + a_{1t} & \text{se } S_{t-1} = 1 \\ c_2 + \sum_{i=1} p\phi_{2,i}x_{t-1} + a_{2t} & \text{se } S_{t-1} = 2 \end{cases} \quad [4]$$

Em que S_t assume valores 1 ou 2 em uma cadeia de Markov de primeira ordem, com probabilidades de transição dadas pelas Equações [5] e [6]

$$P(S_t = 2 | S_{t-1} = 1) = w_1 \quad [5]$$

$$P(S_t = 1 | S_{t-1} = 2) = w_2 \quad [6]$$

As séries de inovação a_{1t} e a_{2t} são sequências de variáveis aleatórias com média zero, variância finita e independentes entre elas. Um coeficiente w_i pequeno significa que o modelo tende a permanecer no estado i . Na verdade, $1/w_i$ é a expectativa de duração do processo que permanece no estado i . Por definição, o modelo MSA (*Markov Switching autoregressive*) usa uma cadeia de Markov oculta para governar a transição de uma função de média condicional para outra. Dessa forma, neste modelo nunca há certeza sobre a qual estado x_t pertence. Tsay (2010) ainda argumenta que o modelo MSA pode facilmente ser generalizado para casos com mais de dois estados.

Considerando as importantes vantagens comparativas de usar a cointegração ao invés da correlação para a otimização de portfólios de ativos, seria possível explorar, se encontrado, um relacionamento de longo prazo entre preços de ativos e o índices de mercados para construir estratégias de compra e venda de ações. Isto é evidenciado por Alexander *et. al.* (2001) que investigam a *performance* de diferentes estratégias *long-short* desenvolvidas no universo das ações do SP100. Sua aplicação implicou uma extensa pesquisa acerca de um grande número de portfólios baseados nas relações de cointegração e otimizações com diferentes parâmetros do modelo (como período de treinamento, meta de *tracking error* e números de ativos no portfólio) para a melhor combinação *long-short*. Seus resultados, mesmo baseados num algoritmo de caixa-preta, indicam que a otimização da co-integração

pode garantir um Alfa estável, com baixa volatilidade e não-correlacionado com os retornos do mercado.

Dessa forma, os autores utilizam uma equação análoga ao CAPM, mas com a inclusão de um vetor de correção de erros, de forma que o coeficiente linear gerado será significativo se houver uma relação de longo prazo entre as variáveis. O Alfa oriundo de um CAPM cointegrado é mais apropriado para analisar a *performance* em séries muito longas, pois o vetor de correção de erros ajusta as discrepâncias transitórias entre os retornos dos fundos de investimento e o mercado.

Objetivo deste estudo é verificar se há relação de longo prazo entre o retorno dos fundos de investimento e o retorno do mercado e se existe um coeficiente linear, ou seja, um Alfa significativo nesta relação, valendo-se da técnica de cointegração com mudanças de regime de Markov.

3 MÉTODO E DADOS

O presente estudo conta com dados de retorno de fundos de investimentos oriundos da base da Associação Nacional das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA), obtidos através do *software* SI-ANBID 4.2. O *software* forneceu as séries temporais de retorno consolidado dos fundos de gestão passiva e ativa cujos *benchmarks* são o Ibovespa e o IBrX, além da série de retorno consolidado dos fundos “livres”, ou seja, aqueles que não são atrelados a um *benchmark* nem definem explicitamente um tipo de gestão. Portanto, trata-se de cinco séries de retorno médio ponderado pelo patrimônio líquido de cada fundo, acompanhadas de uma respectiva série com o patrimônio líquido total dos fundos geridos em cada modalidade.

Estas cinco séries foram extraídas e inseridas no *software* Microsoft Excel, onde foi calculado o retorno médio das séries, ponderado pelo patrimônio líquido de cada série. Assim, trabalhou-se com uma única série temporal para representar o retorno dos fundos de investimento brasileiros de ações.

A série do índice Ibovespa, em pontos, foi obtida do *site* da Bolsa de Mercadorias e Futuros BOVESPA (BM&FBOVESPA), sendo que posteriormente seu retorno foi calculado. O período compreendido pela amostra vai de 02/05/2001 a 17/02/2012, sendo de frequência diária.

Devido à natureza da técnica de cointegração, que só permite a utilização de variáveis em nível, as séries de retornos dos fundos e do Ibovespa não podem ser utilizadas sem antes sofrerem uma transformação para um sistema de pontos, que sirva como um artifício para simular uma série de preços. Foi arbitrado que no dia 01/05/2001, o dia antes do início da série, o “preço” do retorno dos fundos e do Ibovespa era 100. A Equação [7] demonstra como o cálculo do preço artificial foi realizado.

$$P_t = P_{t-1} * \left(1 + \frac{R_t}{100}\right) \quad [7]$$

Onde P_t é o preço artificial no período t ; R_t é o retorno no período t .

Assim, foram geradas uma série de preços de fundos de investimento e outra série de preços do Ibovespa. Para analisar a relação de longo prazo entre elas, foi utilizada a técnica de cointegração, conforme Gujarati (2006, p. 661) e Equações [2] e [3], de forma que o modelo formado seja análogo ao CAPM, de acordo com Jensen (1967) e Equação [1] deste estudo, incluindo, porém, um vetor de correção de erros, conforme proposto por Alexander *et. al.* (2001). As Equações [8] e [9] representam o modelo utilizado.

$$F_t = \beta_1 + \beta_2 M_t + \mu_t \quad [8]$$

$$\Delta F_t = \alpha_0 + \alpha_1 \Delta M_t + \alpha_2 \mu_{t-1} + \varepsilon_t \quad [9]$$

Em que F_t é o preço dos fundos no período t ; M_t é o preço do índice Ibovespa no período t ; β_1 e β_2 são parâmetros; μ_t é o erro estacionário; α_0 é o coeficiente linear análogo

ao Alfa de Jensen (1967); α_1 é a sensibilidade do retorno dos fundos ao retorno do mercado; $\alpha_2\mu_{t-1}$ é o vetor de correção de erros; ε_t é o erro da Equação [9].

Também serão analisadas as mudanças de regime, com base nas mudanças de regimes de Markov, conforme Equações [4], [5] e [6] (TSAY, 2010, p. 187). As probabilidades de transição de regime serão calculadas pelo software utilizado para a estimação dos parâmetros pelo software R 2.14.2. A Seção 3 traz a análise dos resultados obtidos.

4 RESULTADOS

Dando início à análise dos resultados, a Tabela 1 apresenta a estimativa de relacionamento de longo prazo conforme Equação [8], sendo que foram estimados três diferentes regimes (0, 1 e 2), conforme modelo MSA (TSAY, 2010, p. 187).

Tabela 1. Estimativa do relacionamento de longo prazo com três regimes de Markov

Parâmetro	Coefficiente	Erro padrão	Teste t	P-valor
β_1 (0)	0.653	0.017	38.100	0.000
β_1 (1)	1.460	0.012	119.000	0.000
β_1 (2)	0.339	0.008	43.700	0.000
β_2 (0)	0.784	0.003	245.000	0.000
β_2 (1)	0.671	0.002	313.000	0.000
β_2 (2)	0.887	0.001	644.000	0.000
μ_t (0)	0.060	0.002	35.700	0.000
μ_t (1)	0.039	0.001	37.700	0.000
μ_t (2)	0.020	0.000	43.300	0.000

log-likelihood 5310.858 AIC -3.955

Teste de lineariedade LR $\chi^2(12) = 6958.1$ p-valor (0.000)

A Tabela 1 evidencia que foram geradas três equações, uma para cada um dos três regimes existentes (regimes 0, 1 e 2). O Regime 1 apresenta constante (β_1) alta e coeficiente de covariância (β_2) mais baixo, indicando que quando a série entra neste regime, a suscetibilidade à variação do preço do mercado diminui.

O Regime 2, por sua vez, apresenta a situação contrária: a constante é muito baixa e a suscetibilidade à variação do mercado é muito alta, evidenciando que neste regime o preço dos fundos está muito sujeito ao preço do mercado, gerando um coeficiente linear que, embora seja significativo, é muito pequeno. Dentro da interpretação tradicional proposta por Jensen (1967), em ambos regimes o gestor consegue auferir ganhos superiores ao mercado, mas no Regime 1 consegue muito mais do que no Regime 2. Neste contexto, o Regime 0 é um intermediário, com β_1 menor que o Regime 1 e maior que o Regime 2, bem como β_2 maior que o Regime 1 e menor que o Regime 2. Embora existam diferenças nos valores dos coeficientes, todos apresentaram p-valor significativo ao grau de significância de 1%.

A Tabela 2 apresenta a matriz de probabilidades de transição de regimes.

Tabela 2. Matriz das probabilidades de transição

	Regime (0,t)	Regime (1,t)	Regime (2,t)
Regime (0,t+1)	0.995	0.003	0.002
Regime (1,t+1)	0.002	0.991	0.004

Regime (2,t+1) 0.003 0.006 0.994

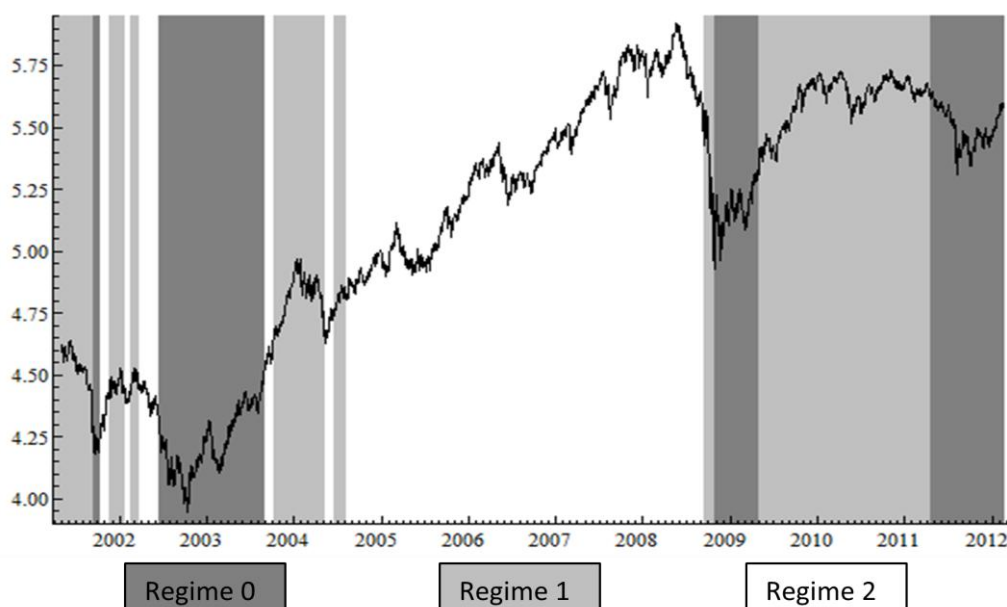
Análise do resíduo do relacionamento de longo prazo

Teste Dickey-Fuller Aumentado (GLS) -3.023 (p-valor =0.002) [Rejeita raiz unitária]

Teste KPSS 0.337 (valor crítico 5% = 0.347) [Não rejeita estacionariedade]

A Tabela 2 apresenta as probabilidades de ocorrerem trocas de regime. Uma vez no Regime 0, a probabilidade de manter-se neste regime é de 99,5%. Quando no Regime 1, a probabilidade de manter-se no Regime 1 é de 99,1%. Da mesma forma, quando a série estiver no Regime 2, há 99,4% de chances de permanecer neste regime. Assim, verifica-se que existe a tendência dos regimes se manterem, de forma que não espera-se alterações de regime com muita frequência. A Figura 1 demonstra graficamente as transições de regimes.

Figura 1. Índice ponderado dos fundos de ações e os regimes de Markov



A Figura 1 demonstra claramente que o Regime 2 prevalece em momentos de ascensão do mercado, enquanto o Regime 0 é o regime crítico, ou seja, é o regime que acontece quando o mercado está em fase de queda. O Regime 1 é o intermediário entre os Regimes 0 e 2.

Tomando por base os coeficientes apresentados na Tabela 1 e os regimes identificados na Figura 1, verifica-se que no Regime 2, que é o regime de crescimento do mercado, os fundos estão mais suscetíveis ao mercado do que nos demais regimes, tendo em vista que seu β_2 é mais alto e que seu β_1 é menor. No momento em que o mercado vivencia uma situação de expansão, o preço dos fundos depende mais do preço do mercado.

No Regime 0, que é o regime crítico, os coeficientes β_1 e β_2 são intermediários. No Regime 1, que é o regime intermediário, os coeficientes β_1 e β_2 apontam que o preço dos fundos depende menos do preço do mercado, pois a constante β_1 é muito alta e a suscetibilidade do fundo ao mercado, β_2 , é muito baixa. Os resultados, portanto, indicam que em momentos de crescimento do mercado, os fundos acompanham-no, o que pode ser considerado um bom indicador. Nos momentos em que o mercado encontra-se em situação intermediária (Regime 1), caracterizando provavelmente uma situação de incerteza, os fundos protegem o investidor, fazendo com que o preço dos fundos dependa menos do preço do mercado, o que ficou evidente devido ao baixo coeficiente de β_1 e ao alto coeficiente de β_2 .

neste momento. Isto também pode ser considerado como um benefício que o fundo presta ao cotista, protegendo-o.

Contudo, nos momentos em que o mercado está em decadência (Regime 0) o fundo não consegue se desvencilhar tanto do mercado como no Regime 1, que caracteriza o momento intermediário, tendo em vista os valores medianos de β_1 e β_2 . Justamente quando o fundo mais necessita “fugir” da oscilação do mercado, o gestor não consegue resultado muito satisfatório, embora exponha menos os fundos do que no momento de crescimento.

A Tabela 3 traz as estimativas para os coeficientes da Equação [9], que representa um modelo CAPM cointegrado análogo ao CAPM, conforme Alexander *et. al.* (2001), também sujeito às mudanças de regime de Markov (MSA).

Tabela 3. Estimativa da dinâmica de curto prazo com três regimes de Markov

	Coefficiente	Erro padrão robusto	Teste t	P-valor
β_1 (0)	-0.067	0.05	-0.94	0.071
β_1 (1)	0.031	0.006	4.37	0.007
β_1 (2)	0.093	0.016	5.52	0.017
β_2 (0)	0.662	0.019	25.10	0.026
β_2 (1)	0.726	0.004	109.00	0.007
β_2 (2)	0.373	0.012	14.40	0.026
μ_{t-1} (0)	6.869	1.45	3.96	1.733
μ_{t-1} (1)	0.296	0.179	1.48	0.200
μ_{t-1} (2)	1.722	0.387	3.33	0.516
ε (0)	0.972	0.05	6.89	0.141
ε (1)	0.182	0.006	18.20	0.010
ε (2)	0.555	0.016	18.20	0.031

log-likelihood -1622.54 AIC 1.247

Linearity LR-test $\chi^2(12)$ 2108.900 0.000

A Tabela 3 evidencia que a constante β_1 não foi significativa para o regime zero e que o termo de correção de erros (μ_{t-1}) não foi significativo em nenhum dos três regimes, tendo em vista seus p-valores superiores a 0,05. No Regime 0, não há coeficiente linear, portanto, e o coeficiente β_2 , que representa a sensibilidade do retorno do fundo ao retorno do mercado é alto, mas não tanto quanto o β_2 do Regime 1. No Regime 1 há um β_1 muito pequeno e o seu β_2 é o mais alto entre os três regimes. No Regime 2, o β_1 é um pouco mais alto que o do Regime 1, mas seu β_2 é muito menor. A Tabela 2 demonstra as probabilidades de transição de regimes.

Neste contexto, o coeficiente linear β_1 seria o equivalente ao Alfa de Jensen (1967), uma medida de *performance* muito conhecida. Como o vetor de correção de erros não foi significativo em nenhum regime, o modelo gerado praticamente não difere de um tradicional modelo CAPM, exceto pelas mudanças de regime. A Tabela 4 apresenta as probabilidades de transição de regime do modelo estimado pela Equação [3].

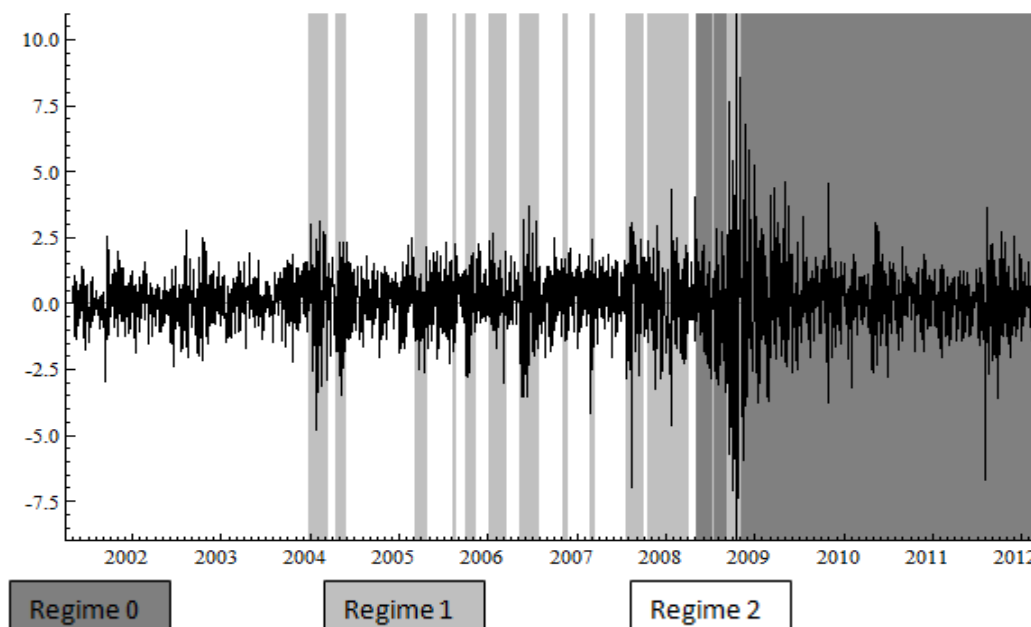
Tabela 4. Matriz das probabilidades de transição

	Regime (0,t)	Regime (1,t)	Regime (2,t)
Regime (0,t+1)	0.963	0.004	0.012
Regime (1,t+1)	0.009	0.996	0.000

Regime (2,t+1)	0.027	0.000	0.988
----------------	-------	-------	-------

A Tabela 2 deixa claro que, de maneira similar a matriz de probabilidades de transição de regime evidenciada pela Tabela 1, as probabilidades de que os regimes permaneçam os mesmos são muito altas. Ou seja, não espera-se que os regimes variem constantemente. A Figura 2 apresenta o gráfico dos log-retornos do índice ponderado dos fundos de ações, sob o prisma dos regimes de Markov.

Figura 2. Log-variações do índice ponderado dos fundos de ações e os regimes de Markov



A Figura 2 demonstra claras diferenças entre os regimes, sendo que o Regime 2 ocorre em momentos de baixa volatilidade; o Regime 1, em momentos de volatilidade intermediária; e o Regime 0, em momentos de muita volatilidade, o que pode ser interpretado como um momento crítico. Retomando a discussão acerca dos coeficientes apresentados na Tabela 2, percebe-se que durante o Regime 0, de volatilidade elevada, o fundo apresenta a pior *performance* (segundo modelo de Jensen). No Regime 2, de volatilidade mais alta, os fundos apresentaram o maior coeficiente linear, indicando que o gestor do fundo consegue gerar mais retorno pro cotista em momentos mais estáveis.

O coeficiente β_2 foi menor no Regime 2, de volatilidade reduzida, ao passo que foi mais alto nos Regimes 0 e 1. Isto significa que em períodos de baixa volatilidade, o gestor expõe menos o fundo ao mercado e gera retorno de outra forma. Em períodos de volatilidade elevada, o fundo fica mais exposto ao mercado e o coeficiente linear decai. Contudo, estes resultados não parecem ser satisfatórios para o cotista, pois ele provavelmente não gostaria de ter seu patrimônio exposto acentuadamente ao mercado em períodos críticos, da mesma forma que poderia ser vantajoso um β_2 um pouco mais alto em períodos de baixa volatilidade, onde há mais previsibilidade.

Na verdade, a relação entre β_1 e β_2 , ou seja, a relação entre o Alfa e a exposição ao mercado, provavelmente não é bem compreendida pela teoria, porque é possível gerar um Alfa elevado com pouca exposição ao mercado, o que pode fazer com que o retorno seja inferior a um modelo com Alfa nulo e exposição muito alta ao mercado. Com base nos coeficientes estimados apresentados nas Tabelas 1 e 3, é possível fazer a simulação exposta na Tabela 5.

Tabela 5. Simulação do resultado para o cotista em três cenários

	ΔM_t	β_1	β_2	ΔF_t
Regime 0	-1			-0.662
	0	0.000	0.662	0.000
	1			0.662
Regime 1	-1			-0.695
	0	0.031	0.726	0.031
	1			0.757
Regime 2	-1			-0.280
	0	0.093	0.373	0.093
	1			0.466

A Tabela 5 apresenta uma simples simulação de qual seria o resultado obtido pelo cotista em cada um dos três regimes esperados, conforme coeficientes estimados apresentadas na Tabelas 1 e 3. Três situações são apresentadas: retorno do mercado igual a -1%; retorno do mercado nulo; retorno do mercado igual a 1%. O Retorno do fundo é calculado multiplicando o retorno do mercado pelo coeficiente β_2 e somando o coeficiente β_1 .

Tomando como medida de *performance* o Alfa de Jensen (1967), seria de praxe dizer que o Regime 2 oferece o melhor retorno ao cotista. Contudo, em momentos em que o mercado apresenta retorno positivo, a baixa exposição representa um prejuízo, como pode ser verificado no resultado de 0,466% obtido no Regime 2 na situação em que o mercado apresenta retorno de 1%. É a pior *performance* entre todos os regimes nesta situação de mercado, embora seja imprescindível levar em consideração que o Regime 2 é também o menos volátil e sob este ponto de vista, é esperado menos retorno. A situação em que o mercado oferece retorno de -1% encontra neste regime seu melhor resultado: prejuízo de apenas -0,280%.

Logo, delinea-se uma contradição: o Regime 2 é o menos volátil, apresentando menores retornos em situação de mercado em alta e maiores retornos em situação de mercado em baixa, devido sua baixa exposição ao mercado. Contudo, seu Alfa de Jensen (1967) é o mais alto entre os três regimes, o que indicaria melhor *performance*.

O Regime 1, de volatilidade intermediária, apresenta maior retorno simulado quando o mercado apresenta retorno de 1% e menor retorno simulado quando o mercado apresenta retorno de -1%. Neste regime, que foi considerado previamente como de volatilidade intermediária, o Alfa de Jensen é positivo, mas menor do que o do Regime 2. Por fim, o Regime 0, de alta volatilidade, apresenta Alfa nulo e os resultados para os fundos são intermediários, em relação aos obtidos no Regimes 1 e 2.

Resumidamente, no regime 0, que é o mais volátil, o Alfa foi menor. Nos regimes menos voláteis, o Alfa foi o mais alto. A exposição ao mercado, pelo contrário, foi menor em períodos de baixa volatilidade e mais alta em períodos de alta volatilidade, o que não é um bom indicador, pois faz com que o investidor esteja exposto ao risco justamente quando isto é menos desejável.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo teve como objetivo verificar se havia relação de longo prazo entre o retorno dos fundos de investimento e o retorno do mercado e se existe um coeficiente linear, ou seja, um Alfa significativo nesta relação, valendo-se da técnica de cointegração com mudanças de regime de Markov.

Com base nas Equações [8] e [9], um CAPM cointegrado foi estimado, sujeito também ao Modelo MSA (*Markov Switching Model*), ou seja, sujeito a mudanças de regimes de Markov, conforme Equações [4], [5] e [6]. A regressão das séries em nível, que é interpretável por apresentar resíduo estacionário (GUJARATI, 2006, p. 659), demonstrou que em períodos críticos a exposição ao mercado é menor e coeficiente linear, Alfa, é maior. Isto significa que o gestor do fundo consegue proteger o cotista nos momentos em que o mercado entra em crise, resultado que pode ser considerado favorável para o investidor.

Ao estimar a Equação [9], que insere o termo de correção de erros numa regressão com a primeira diferença das séries, verificou-se que este não é significativo em nenhum dos três regimes, evidenciando que não existe relação de longo prazo entre o retorno dos fundos e o retorno do mercado. Também ficou evidente que nos Regimes de menor volatilidade, o coeficiente linear é mais alto e a exposição ao mercado é menor, o que não necessariamente é bom, pois nos momentos de baixa volatilidade talvez fosse interessante uma exposição maior ao mercado para incrementar o retorno.

Por fim, uma simples simulação de três situações em cada um dos três regimes demonstrou que o retorno do fundo não depende de β_1 e β_2 separadamente, mas de sua conjugação. Também ficou evidente, nesta análise, que uma baixa exposição ao mercado nem sempre é favorável, além de que a exposição do fundo ao risco acontece com maior intensidade justamente nos períodos críticos.

6 REFERÊNCIAS

ALEXANDER, C.; Optimal Hedging Using Cointegration. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, s. A357, p. 2039-2058, 1999.

ALEXANDER, C.; DIMITRIU, A. A Comparison of Cointegration and Tracking Error Models for Mutual Funds and Hedge Funds. *ISMA Centre Discussion Papers in Finance*, 2004.

BALKE, N. S.; FOMBY, T.B. Threshold Cointegration. *Research Associates, Federal Reserve Bank of Dallas*, 1992.

ENGLE, R.F.; GRANGER, C.W.J. Co-Integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing. *Econometrica*, v. 55, i. 2, p. 251-276, 1987.

GRANGER, C.W.J.; The Typical Spectral Shape of an Economic Variable. *Econometrica*, v. 34, n.1, p. 150-161, 1966.

GRANGER, C.W.;J. TERASVIRTA, T. Modelling Nonlinear Economic Relationships. *Oxford University Press*, chapter. 5, 1993.

GUJARATI, Damodar N. *Econometria Básica*. 4ª ed. Tradução de Maria José Cylar Monteiro. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

JENSEN, M. C. The performance of mutual funds in the period of 1945-1964. *Journal of Finance*, v. 23, n. 2, p. 389-416, 1967.

LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selections of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, v. 47, n. 1, p. 13-37, 1965.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, v. 7. n.1, 1952.

SHARPE, William F. Mutual Fund Performance. **The Journal of business**, v. 39, n. 1, p.119-138, 1966.

STOCK, J.H.; WATSON, M.W. Testing for Common Trends. **Journal of American Statistical Association** v. 83, p. 1097-1107, 1988.

TREYNOR, Jack. How to Rate Management of Investment Funds. **Harvard Business Review**, v. 43, p. 63-75, 1965.

TSAY, R.S. **Analysis of Financial Time Series**. Third Edition. New Jersey: Wiley, 2010.