XVII SemeAD
Seminários em Administração

outubro de 2014
ISSN 2177-3866

incorporação de momentos superiores para precificação de ativos financeiros

CAROLINA MAGDA DA SILVA ROMA
Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
carolina.magda.adm@gmail.com

ÁREA TEMÁTICA: FINANÇAS - APREÇAMENTO DE ATIVOS

INCORPORAÇÃO DE MOMENTOS SUPERIORES PARA PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS FINANCEIROS

RESUMO

O objetivo do presente estudo é analisar as relações entre os momentos superiores, denominados na literatura internacional como *higher moments*, focando na precificação de ativos. Com isso, busca-se entender as dinâmicas existentes entre a variância condicional, assimetria condicional e curtose condicional com o retorno condicional das séries financeiras através de um modelo econométrico que incorpora esses momentos na equação da média. Ademais, pretende-se estudar as opiniões acerca de profissionais da academia e de mercado acerca dos momentos superiores para a atividade de precificação de ativos financeiros.

Palavras-chave: Momentos superiores; Precificação de ativos; Modelo econométrico.

ABSTRACT

The aim of this study is to analyze the relationships between higher moments, denominated in the international literature as higher moments, focusing on asset pricing. Thus, we seek to understand the existing dynamics between the conditional variance, conditional skewness and conditional kurtosis with conditional returns of financial series using an econometric model that incorporates these moments in the mean equation. Furthermore, we intend to study the opinions of academic and market professionals about the higher moments for the activity of pricing financial assets.

Keywords: Higher moments; Asset pricing; Econometric model.

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento da moderna área de finanças iniciou-se a partir da década de 1950. Os estudos nesse campo começaram a aprofundar a modelagem matemática na tomada de decisões dos agentes e, dessa forma, se a aproximar das ciências naturais, tais como a matemática e a física. O perfil do investidor foi traçado como racional por embasar suas escolhas em análise criteriosa que maximiza sua função utilidade.

Mas, quais são os parâmetros nos quais o investidor deve concentrar sua análise? Essa foi uma questão respondida um pouco mais de sessenta anos atrás. Markowitz (1952) embasou a moderna teoria de finanças, apresentando matematicamente como obter o retorno de um investimento e o risco inerente a essa carteira fazendo uso de dois parâmetros, a média e a variância. Markowitz (1952) utilizou a função de utilidade quadrática para modelar o comportamento do investidor, por conseguinte a essa escolha, os parâmetros de análise recaem sobre a média (μ) e variância (σ^2), que correspondem ao primeiro e segundo momento da distribuição de probabilidade dos retornos dos ativos.

Em seguida, fortemente embasado no estudo de Markowitz (1952) para ativos de risco, tem-se o trabalho desenvolvido independentemente por Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966), o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) ou Modelo de Apreçamento de Ativos. O CAPM é um modelo que fornece a expectativa do retorno de um investimento em condições de equilíbrio sendo também conhecido na literatura como modelo de fator único, pois utiliza unicamente as variações do prêmio de risco (excesso de retorno da carteira de mercado com relação à taxa livre de risco) capturadas por uma medida de risco sistêmico para explicar as mudanças nos retornos de um ativo qualquer. Novamente, a análise recai sobre os dois primeiros momentos da distribuição, representada pela média e pela medida de risco sistêmico.

Desta forma, tais modelos que são amplamente utilizados foram construídos embasados no critério de média-variância partindo de uma delimitação metodológica, supondo um investidor eficiente em termo de média-variância. Contudo, com a existência dos fatos estilizados nas séries financeiras (MANDELBROT, 1963), sabe-se que é comum que os retornos não sigam a distribuição gaussiana, apresentado assimetria diferente de zero e curtose diferente de três (parâmetros de tal distribuição). Assim, leva-se a questionar qual o papel de momentos superiores na precificação de ativos que se distanciam fortemente da pressuposição de normalidade.

Assim, a teoria financeira foi evoluindo para expandir seus modelos para acrescentar a assimetria e a curtose nos dados (terceiro e quarto momento, respectivamente), seja na seleção de carteiras (HARVEY et al., 2010) e em modelos de apreçamento de ativos (KRAUS; LITZENBERGER, 1976; HARVEY; SIDDIQUE, 2000; FANG; LAI, 1997).

Esse redirecionamento nos estudos para incluir outras variáveis intrínsecas a própria distribuição tem abrangido diversas linhas de finanças, desde a gestão e alocação de ativos, apreçamento de ativos, desenvolvimento de novas métricas para mensurar o desempenho de carteiras ou fundos de investimentos nas suas mais variadas habilidades de previsão do mercado, até modelos mais sofisticados de análise de risco. Portanto, uma vez que, é conhecido que as séries financeiras tendem a serem assimétricas e apresentarem curtose, é relevante entender o papel desses momentos para as diferentes atividades financeiras.

1.1 Problema de Pesquisa e Objetivo

Nesta pesquisa, procura-se focar no poder de previsão dos *higher moments* ou momentos superiores para precificar os ativos financeiros buscando responder a seguinte questão de pesquisa: **Existe contribuição dos momentos superiores (*higher moments*) para precificação de ativos financeiros?** Para tanto, pretende-se partir dos trabalhos de Harvey e Siddique (1999), Brooks et al. (2005) e mais recentemente o de Wen et. al (2013), no qual neste último expandem o GARCH-*in-Mean* (GARCH-M) de Engle, Lilien e Robins (1987) para incorporar a atitude de compensação ao risco do investidor na assimetria condicional, como modelos para embasar o desenvolvimento dessa pesquisa.

Com isso, busca-se estudar a relação desses momentos superiores condicionais com o retorno condicional e espera-se contribuir com a teoria de apreçamento de ativos com o desenvolvimento desse estudo utilizando uma abordagem que considera suas variações ao longo do tempo e assim, capturar a dinâmica existente entre os momentos da distribuição e o que agregam para a precificação.

Pretende-se também realizar uma abordagem qualitativa neste estudo visando aperfeiçoar o entendimento acerca dos momentos superiores do ponto de vista de profissionais de mercado e da academia para situar as diferenças e similaridades entre esses grupos e, inclusive, compreender se há consenso de opinião sobre o tema.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Função de Utilidade e Aversão ao Risco

De maneira geral, a utilidade está presente nas escolhas que cada indivíduo realiza, dessa forma, diferentes afirmações que permitem associar um determinado bem, quer seja de investimento ou consumo, como preferível a outro remetem ao conceito de utilidade. Varian (2006, p. 56) afirma que em épocas passadas, os filósofos e economistas associavam a utilidade ao bem estar do indivíduo. Assim, através da utilidade podiam mensurar o quão aprazível era o estado de humor daquela pessoa. Mas, que um ponto crítico encontra-se justamente em como quantificar tal medida, uma vez que, os economistas desse tempo não fizeram essa formalização, portanto, não se sabia como atribuir valores numéricos a forma como os indivíduos atribuíam maior valor por lhes dar maior satisfação.

Partindo dessa limitação, o autor aponta que foi formulado um conceito diferente daquele que relacionava utilidade com a felicidade das pessoas e foi transitado para as preferências do consumidor que constitui a teoria de consumidor. Logo, com isso houve que "a utilidade passou a ser vista somente como um modo de descrever as preferências [...], as preferências do consumidor são a descrição fundamental para analisar a escolha, enquanto a utilidade constitui apenas uma forma de descrever as preferências", aponta Varian (2006, p. 56). Com isso, passou-se de um problema que restringia a apuração da utilidade como algo que deseja ser maximizado para sua ordenação por meio das preferências.

Em 1734, Bernoulli escreveu o *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, traduzido para o inglês como *Exposition of a new theory on the measurement of risk* publicado em 1954. Conforme aponta Eeckhoudt, Gollier e Schlesinger (2005), o trabalho de Bernoulli (1954) tem a característica chave de avaliar que uma mesma loteria é avaliada diferentemente entre duas pessoas dado que possuem características psicológicas distintas. Bernoulli (1954) afirmou que o indivíduo avalia a riqueza segundo a utilidade proporcionada, contrapondo-se a aferição realizada pelos matemáticos para o cálculo do risco, que leva em consideração apenas o valor esperado em termos matemáticos, o que ignora, por exemplo, o senso comum dos ganhos da diversificação (EECKHOUDT; GOLLIER; SCHLESINGER, 2005) e que são atribuídas importâncias diferentes entre dos indivíduos frente a um ganho certo devido a riqueza que possuem.

A utilidade é um número. Diferentes funções de utilidade podem ser traçadas para os indivíduos, sendo a mais apropriada aquela que conseguir contemplar as escolhas realizadas pelo mesmo. Podem-se apontar algumas funções de utilidade chaves na área de finanças, como as funções *Hyperbolic Absolute Risk Aversion* (HARA), da qual se derivam a *Constant Absolute Risk Aversion* (CARA), a *Constant Relative Risk Aversion* (CRRA) e as funções quadráticas, conforme Castro Junior (2008).

Havendo então definido a função de utilidade, pode-se inserir a questão da aversão ao risco do investidor. Segundo Arrow (1971, p. 90), um indivíduo avesso ao risco é aquele que "*starting from a position of certainty, in unwilling to take a bet which is actuarially fair*". Uma das suposições para o desenvolvimento dos modelos de finanças são que os investidores são avessos ao risco. Conforme estabelecido por Danthine e Donaldson (2005, p. 57), se um agente tem a chance de participar de uma loteria no qual ganhará h ou perderá h com probabilidades iguais e considerando que detém a riqueza inicial definida como W, então:

$$U(W) > \left(\frac{1}{2}\right)U\left(W+h\right)+\left(\frac{1}{2}\right)U(W-h) = EU \qquad \text{Equação 2.1}$$

Em que EU representa a utilidade esperada. O investidor avesso ao risco preferiria não participar dessa loteria nessas circunstâncias. Tal tipo de função de utilidade é da forma estritamente côncava e ainda possui o atributo de apresentar uma redução no grau de inclinação da curva conforme se dá o aumento da riqueza (DANTHINE; DONALDSON, 2005, p. 58). Sendo assim, há uma redução na utilidade marginal dada por $\frac{d(U(W))}{d(W)} \equiv U'(W)$, a medida que o investidor aumenta sua riqueza e havendo como operacionalizar a segunda diferenciação, então ocorre que $\frac{d^2(U(W))}{d(W)^2} \equiv U''(W) < 0$, sendo que esta última representa condição necessária e suficiente para caracterizar a aversão ao risco, acrescentam os autores. A aversão ao risco é um comportamento exibido pela grande parte dos investidores e tal pressuposição também é utilizada para fundamentar vários modelos financeiros (a exemplo de Markowitz (1952)).

2.2 Teoria de Carteiras e os Momentos Superiores

Foi apenas em 1952, que o trabalho de Harry Markowitz, expôs em evidência a especificação de maneira objetiva, epistemologicamente positivista, de duas variáveis centrais nos estudos em finanças: o retorno e o risco. Assim, se configurava a Moderna Teoria de Finanças, baseada em princípios quantitativos que encontram nas ciências naturais suporte para a tomada de decisão.

Markowitz (1952) trabalhou com ativos de risco e mostrou que o retorno esperado e o risco de um portfólio, *p*, são dados por:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i) \qquad \text{Equação 2.2}$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{ij} \qquad \text{Equação 2.3}$$

Em que $E(R_p) =$ expectativa do retono do portfólio *p*; $\sigma_p^2 =$ risco (mensurado pela variância) do portfólio *p*; $w =$peso de cada ativo no portfólio *p*; e $\sigma_{ij} =$ covariância do ativo *i* com o ativo *j*.

Desta forma, Markowitz (1952) estabeleceu o retorno esperado de um ativo em função da ponderação entre o peso dos ativos que compõem a carteira pelo retorno esperado de cada ativo. Já para o risco, não se tem a mesma forma de cálculo, pois o autor inseriu o termo da covariância, isto é, como um determinado ativo varia em função da variação de outro ativo. Logo, tem-se que não é suficiente analisar o risco individual dos ativos conforme sua participação na carteira *p*, mas observar também como se movimentam conjuntamente.

Em linhas gerais, o trabalho de Markowitz (1952) está voltado à análise de uma carteira apenas segundo os critérios de média-variância, mas representou um avanço e marco na teoria financeira. Porém, outros trabalhos já avançaram para considerar outros momentos da distribuição, como Ñíguez *et al*. (2013) que apresentam como as condições nas quais a incorporação de momentos de ordem superior de funções de distribuição de probabilidade influenciam na decisão do investidor no sentido de escolher diversificar seu portfólio e, ainda, analisam se tais condições estão de alguma forma relacionadas ao comportamento do mesmo em relação a atitudes de risco. Para Ñiguez et al (2013, p. 2) "*it is now commonly accepted that those higher-moments do affect investor's decisions*".

Xiong e Idzorek (2011) em contraposição a otimização por média- variação realizam a alocação de ativos com base no *mean conditional value-at-risk* (M-CVaR), sendo que a apuração do CVaR considera a assimetria e curtose dos dados e além disso podem verificar a influência desses momentos no processo de alocação de ativos.

2.3 Modelo de Precificação de Ativos (CAPM) e os Momentos Superiores

Sharpe (1964, p. 426) argumenta que até aquele presente momento inexistia uma teoria que vinculasse o preço de um ativo frente a preferências do investidor, atributos do ativo, etc. Assim, afirmou que "*lacking such a theory, it is difficult to give any real meaning to the relationship between the price of a single asset and its risk*" (SHARPE, 1964, p. 426). Portanto, o autor apresentou uma teoria de equilíbrio de apreçamento de ativos sob condições de risco.

Na teoria construída por Sharpe (1964), os preços dos ativos se ajustam até existir uma relação linear entre o beta (β), que representa a medida de risco sistêmico, e o retorno esperado do ativo ($E(r)$). Com isso, é posto que uma medida mais apropriada para mensurar o risco é dada pelo coeficiente beta em detrimento ao desvio-padrão (variância), pois o mesmo considera apenas o risco sistêmico ao partir do pressuposto que o investidor realizou a diversificação da carteira e, consequentemente, eliminou a parcela de risco específico.

A equação fundamental do modelo CAPM dada por:

$$E(r_A) = r_f + \beta_A(E(r_m) - r_f) + \varepsilon_A \qquad \text{Equação 2.4}$$

Em que r_f =retorno da *proxy* para o ativo livre de risco; $E(r_M) - r_f =$ diferença entre o retorno esperado da *proxy* da carteira de mercado e da *proxy* do ativo livre de risco ou, como é comumente conhecido na literatura, prêmio de risco; $\beta_A =$ beta do ativo A; e $\varepsilon_A =$ termo de erro.

Ou seja, o modelo de apreçamento de ativos entende que o retorno esperado do ativo A é dado em função do retorno do ativo livre de risco mais um prêmio de risco de mercado (adicional do retorno da carteira de mercado sobre o retorno do ativo livre de risco) multiplicado pelo beta do ativo A, β_A. A grande contribuição do modelo foi incluir uma medida do risco sistêmico.

Contudo, outros modelos também foram desenvolvidos no contexto de precificação que consideram as características de ausência de simetria e caudas pesadas nas séries. Harvey e Siddique (2000) apresentam um modelo de apreçamento de ativos que incorpora a assimetria, haja vista que investidores que possuem tais ativos em sua carteira irão demandar maiores retornos. O investidor, então, deseja ativos com maior assimetria positiva, isto é, retornos positivos, do que assimetria negativa, maior probabilidade de prejuízo.

Ingersoll (1975) estabelece um modelo de apreçamento de ativos que inclui o terceiro momento, ou seja, assimetria. Neste mesmo sentido, o trabalho de Kraus e Litzenberger (1976) estende o modelo CAPM para incluir a assimetria sistemática encontrando que os investidores possuem aversão ao segundo momento (variância) e têm preferência pelo terceiro momento (assimetria positiva).

Fang e Lai (1997) formularam o CAPM que inclui o parâmetro da cocurtose. Para a construção do modelo, os autores realizaram as suposições de que o mercado de capitais é perfeito e competitivo e não há incidência de impostos e custos de transação e indivisibilidade dos ativos.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

3.1 Assimetria e Curtose em Modelos Autorregressivos Condicionais

Engle (1982) propôs o modelo não linear na variância, denominado *Autoregressive Conditional Heteroscesdasticity* (ARCH) que, inicialmente, foi introduzido para estimar a inflação. Este modelo possibilitou levar em consideração algumas das qualidades dos dados financeiros descritas anteriormente, como os *clusters* de volatilidade. No ARCH, em alguns casos, é preciso uma quantidade suficiente de *lags*, isto é, defasagens, tornando o q muito alto.

Outro modelo foi proposto, em 1986, por Bollerslev, sendo uma ampliação do modelo anteriormente descrito. Nele, não é preciso um número elevado de *lags*, sendo mais flexível e parcimonioso. O modelo que está sendo discutido neste momento é denominado, na literatura, de *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). A partir do modelo GARCH foram sendo desenvolvidos outros modelos de volatilidade condicional buscando aperfeiçoar as estimativas e incorporar as características das séries.

Harvey e Siddique (1999) apresentam o modelo GARCHS (GARCH *with Skewness*) que incorpora a assimetria. Os autores modelam conjuntamente o segundo e terceiro momento condicional utilizando de uma abordagem por máxima verossimilhança e assumindo uma distribuição t não centralizada.

O GARCHS(1,1,1) é escrito matematicamente como:

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-1}^2 \qquad \text{Equação 3.1a}$$

$$s_t = \gamma_0 + \gamma_1 s_{t-1} + \gamma_2 \varepsilon_{t-1}^3 \qquad \text{Equação 3.1b}$$

Sendo que, $h_t = Variância_{t-1}\left[r_{M,t}\right]$, $s_t = Assimetria_{t-1}\left[r_{M,t}\right]$ e que $r_{M,t}$ representa o excesso de retorno. Esses excessos de retorno são modelados pelos autores com a distribuição t não centralizada. As restrições impostas aos parâmetros para garantir a estacionariedade são que:n $0 < \beta_1 < 1, 0 < \beta_2 < 1$, $-1 < \gamma_1 < 1$, $-1 < \gamma_2 < 1$, $\beta_1 + \beta_2 < 1$ e $-1 < \gamma_1 + \gamma_2 < 1$.

Buscando entender a dinâmica existente entre a assimetria e a variância assimétrica incorporada nos modelos GJR de Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) e o EGARCH de Nelson (1991), os modelos GJR-M, EGARCH-M e incorporando a assimetria com a distribuição t não centralizada são testados com retornos diários e mensais.

Outro modelo autoregressivo condicional que incorpora momentos superiores, neste caso particular a curtose presente nos dados, foi formulado por Brooks et al. (2005). Ao contrário do modelo de Harvey e Siddique (1999) que captura a assimetria ao longo do tempo, Brooks et al. (2005, p. 401), afirmam que "*an examination of the conditional fourth moment is of importance, given that leptokurtosis is almost universally observed in financial asset returns, irrespective of the frequency of observation*".

O *Generalyzed Autoregressive Conditional Heteroskedasticity and Kurtosis* (GARCHK) é implementado como uma extensão do trabalho de Bollerslev (1987), que utiliza o modelo GARCH-t, isto é, com as inovações seguindo uma distribuição t central. O GARCHK é definido na Equação 3.2.

$$r_t = y_0 + \varepsilon_t^* \qquad \text{Equação 3.2a}$$

$$\varepsilon_t^* = \lambda_t \varepsilon_t \qquad \varepsilon_t \sim t_v \qquad \text{Equação 3.2b}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^{*\,2} + \alpha_2 h_{t-1} \qquad \text{Equação 3.2c}$$

$$k_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{\varepsilon_{t-1}^{*\,4}}{h_{t-1}^2} + \beta_2 k_{t-1} \qquad \text{Equação 3.2d}$$

$$\nu_t = \frac{2(2k_t - 3)}{k_t - 3} \qquad \text{Equação 3.2e}$$

$$\lambda_t = \left(\frac{h_t(\nu_t - 2)}{\nu_t} \right)^{1/2} \qquad \text{Equação 3.2f}$$

Em que, h_t representa a variância condicional no momento t; k_t representa a curtose condicional no momento t; ν_t são os graus de liberdade variantes ao longo do tempo; e, λ_t representa o parâmetro de transformação que é ponderado pelas inovações, ε_t ($\varepsilon_t \sim t_{\nu_t}$), que faz um ajuste para que as inovações daí decorrentes, ε_t^*, possuam qualquer h_t e k_t, conforme Brooks et al. (2005). Além disso, $\alpha_0, \beta_1 > 0, \alpha_2, \beta_2 \geq 0, h_t > 0 \ \forall \ t$ e $k_t > 3 \ \forall \ t$.

Conforme destacado previamente, com o uso da distribuição t central, não se tem como fazer inferências acerca do parâmetro assimetria no retorno da série e que para tanto, os autores incorporaram uma *dummy* seguindo o trabalho de Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), na variância e curtose condicional, haja vista, conforme ressaltam os autores, possibilitarem a geração de assimetria nos retornos incondicionais (BROOKS et al., 2005, p. 402).

Para testar a necessidade de aplicação do modelo GARCHK para um conjunto de dados, os autores aplicam um *likelihood ratio test* em que a significância dos parâmetros é observada, isto é, se $\alpha_3 = \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, como também, verificam se os erros do modelo satisfazem nove condições de ortogonalidade que devem ser respeitadas em caso de bem especificado, que neste caso seriam do tipo independente, com distribuição t e ν_t graus de liberdade.

Wen et al. (2013) estudaram a relação entre a assimetria e atitudes de risco do investidor considerando um contexto dinâmico, isto é, baseado nos ganhos e perdas que estão afetando a carteira em posse ao longo do tempo. A sustentação teórica ao trabalho dos autores partiu de estudos voltados a compensação ao risco variando no tempo pelo investidor, em que como exemplo, pode-se citar a Teoria do Prospecto e estudos que associam o comportamento do investidor como fator que influencia na assimetria.

Para tanto, foram propostas adaptações nas metodologias do modelo GARCH-M empregado em Engle, Lilien e Robins (1987) e o GARCHS de Harvey e Siddique (1999) através da construção do modelo *GARCH with Compensation* (GARCHC-M) e do GARCHCS-M, respectivamente. Salienta-se que uma diferença existente entre o modelo GARCH-M e o GARCHC-M é justamente a pressuposição de que a atitude de compensação ao risco do investidor é dada como constante no primeiro caso. Os ajustes nos modelos foram feitos com a inclusão de uma variável para captar os ganhos de capital.

O GARCHC-M é descrito matematicamente na Equação 3.3.

$$r_t = c + \gamma_t \sqrt{h_t} + \varepsilon_t \qquad \text{Equação 3.3a}$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t \nu_t} \qquad \text{Equação 3.3b}$$

$$\gamma_t = \lambda_0 + \lambda_1 \gamma_{t-1} + \lambda_2 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \lambda_3 g_t \qquad \text{Equação 3.3c}$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1} \qquad \text{Equação 3.3d}$$

Conforme explicam Wen et al. (2013, p. 666), γ_t é o coeficiente de compensação de risco do investidor variante ao longo do tempo baseada no: coeficiente λ_0 o qual representa o o retorno requerido em virtude propriamente da atitude de risco, a compensação fixa exigida; λ_1 é o termo autoregressivo do coeficiente de compensação de risco; λ_2 representam as inovações ocorridas ajustadas pelo risco; λ_3 representa a relação entre os ganhos ou perdas e a atitudes de compensação de risco, ou seja, quando o coeficiente λ_3 é diferente de zero e o ativo possui $g_t > 0$, então haverá aumento na aversão ao risco frente aos ganhos e, da mesma forma, se $g_t < 0$, haverá redução na aversão ao risco frente as perdas.

No GARCHCS-M, ao modelo é incorporado à atitude de compensação de risco na equação da assimetria condicional, no qual a Equação 3.3 é adaptada para:

$$r_t = c + \gamma_t \sqrt{h_t} + \varepsilon_t \qquad \text{Equação 3.4a}$$

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(\nu_t, \delta_t) \qquad \text{Equação 3.4b}$$

$$\gamma_t = \lambda_0 + \lambda_1 \gamma_{t-1} + \lambda_2 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \lambda_3 g_t \qquad \text{Equação 3.4c}$$

$$\ln h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 h_{t-1} \qquad \text{Equação 3.4d}$$

$$s_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^3 + \beta_2 s_{t-1} + \beta_3 \gamma_t \qquad \text{Equação 3.4e}$$

A interpretação para o coeficiente β_3, segundo Wen et al. (2013, p. 669), diz que se $\beta_3 < 0$, haverá uma redução na assimetria quando $\gamma_t > 0$. Isso pode ocorrer, pois os investidores estarão mais avessos ao risco por estarem obtendo ganhos e diminuirão em determinado grau a demanda por ativos fazendo com que provavelmente os preços caiam e, com isso, reduza a assimetria. No caso de $\gamma_t < 0$, haverá um aumento na assimetria do retorno, pois obtendo perdas, os investidores estarão mais propensos ao risco, aumentando assim a demanda pelos mesmos levando, consequentemente, os preços a subirem e causando aumento na assimetria.

Assim, para a presente pesquisa que busca relacionar os momentos superiores com o retorno condicional para precificação de ativos, propõe-se a Equação 3.5.

$$r_t = c + \gamma_t \sqrt{h_t} + \beta_{2t} s_t + \beta_{3t} k_t + \varepsilon_t \qquad \text{Equação 3.5a}$$

$$\varepsilon_t \left| \Omega_{t-1} \right. \sim N(\nu_t, \delta_t) \qquad \text{Equação 3.5b}$$

$$\gamma_t = \lambda_0 + \lambda_1 \gamma_{t-1} + \lambda_2 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \lambda_3 g_t \qquad \text{Equação 3.5c}$$

$$h_t = \beta_0 + \beta_1 h_{t-1} + \beta_2 \varepsilon_{t-1}^2 \qquad \text{Equação 3.5d}$$

$$s_t = \beta_0 + \beta_1 \varepsilon_{t-1}^3 + \beta_2 s_{t-1} + \beta_3 \gamma_t \qquad \text{Equação 3.5e}$$

$$k_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{\varepsilon_{t-1}^{*\,4}}{h_{t-1}^2} + \beta_2 k_{t-1} + \beta_3 \gamma_t \qquad \text{Equação 3.5f}$$

Diferentes métodos que utilizam da teoria de seleção natural têm sido desenvolvidos, dentre eles pode-se mencionar o Algoritmo Genético (AG) ou o Algoritmo de Evolução Diferencial (*Differential Evolution* – DE), que é uma ampliação do primeiro. Ressalta-se que a para a estimação do modelo GARCHK, Brooks et al. (2005) usaram o método de quase máxima verossimilhança com o algoritmo BFGS, sendo que o algoritmo de evolução diferencial representa uma proposta alternativa a ser testada na atual pesquisa.

Na prática, esses modelos estão sendo aplicados em finanças, podendo-se apresentar como exemplo de uso a parte de gestão de investimentos auxiliando no processo de escolha do portfólio como também na modelagem econométrica da variância e outros momentos superiores condicionais, porém de forma bastante incipiente ainda. Esse último caso ilustrativo de aplicação é conveniente para fins da aplicação desta tese, visto que se procura implementar com o algoritmo de evolução diferencial um modelo de séries temporais para incorporar momentos superiores da distribuição na equação da média para precificação de ativos inspirando-se nos modelos GARCHS, GARCHK e mais recentemente no GARCHCS-M. No primeiro trabalho, GARCHS, os autores se preocuparam com a especificação da assimetria condicional. No segundo, GARCHK, os autores focaram na curtose condicional. No terceiro, os autores trabalharam a ideia de atitude de compensação ao risco do investidor na equação da assimetria condicional.

A presente pesquisa busca relacionar a variância, assimetria e curtose com a média condicional e permitir que tais parâmetros variem ao longo do tempo. Pretende-se explorar as dinâmicas entre os momentos em diferentes frequências, semanal e diária, pois conforme observado por Harvey e Siddique (1999), ocorre diferenças nas propriedades das mesmas. A estimação considerando variáveis cuja dinâmica varia no tempo são relevantes para a literatura de apreçamento de ativos (HARVEY; SIDDIQUE, 1999) e permitem ampliar o conhecimento sobre o relacionamento das variáveis buscando previsões realistas e mais acuradas. Após a estimação, testes de momentos condicionais para verificar condições de ortogonalidade na média e variância condicionais aplicados aos resíduos padronizados serão realizados, conforme Harvey e Siddique (1999) e Brooks et al. (2005).

Como parte da etapa qualitativa, o objetivo é iniciar visando compreender a forma como os profissionais de mercado e da academia percebem os momentos superiores e qual a importância atribuída aos mesmos seja em suas estratégias de investimento ou em sala de aula, e assim, entender qual a ideia estabelecida acerca dos mesmos. Há um interesse explícito na presente pesquisa de levantar a maneira como tais profissionais percebem o objeto de estudo analisado e verificar também se há possíveis relacionamentos ou diferenças significativas na utilização dos outros momentos.

Seguindo os trabalhos de Welch (2001, 2008) que recaiu sobre o estudo da variável prêmio de risco, o estudo aqui proposto pretende analisar sob o ponto de vista dos momentos superiores, ao qual não se há conhecimento até o prezado momento de pesquisas similares.

Para tanto, a pesquisa qualitativa é de caráter indutivo, caracterizada como exploratória apoiada em questionário auto aplicado a ser enviado via correio eletrônico dos pesquisados (professores de universidades brasileiras e agentes de mercado representados pelo pessoal de mesa de operações de algumas instituições financeiras e corretoras). A escolha por tal método dá-se devido à dispersão dos participantes nas cinco regiões do país o que de outra forma seria inviável o levantamento.

Essa última remete a uma das vantagens que tal instrumento proporciona, segundo Cooper e Emory (1995, p. 282), como também os autores ressaltam o fato de que os questionários auto aplicados fornecem um período maior para os participantes refletirem sobre suas respostas e são percebidos como mais impessoais e, com isso, aumentam o grau de anonimato.

Hair Junior et al. (2005, p. 160) acrescentam que esse tipo de instrumento é aplicado sem a presença pessoal do pesquisador, havendo implícito o conhecimento de que o participante tenha condições suficientes de respondê-lo sozinho. Seguindo nessa linha, como algumas das desvantagens ao seu uso, tem-se a possível tendenciosidade nas respostas, pois não se pode assegurar quem de fato respondeu o questionário ou a forma como o foi realizado e, principalmente, o baixo retorno com as respostas (HAIR JUNIOR et al., 2005). Desta forma, pretende-se aplicar os questionários visando abranger o maior número possível de participantes e a medida do possível minimizar algumas das desvantagens associadas ao método.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Embora em fase inicial, a pesquisa espera encontrar parâmetros significativos para as variáveis variância condicional, assimetria condicional e curtose condicional. Kraus e Litzenberger (1976) argumentam que resultados de estudos anteriores que estavam de encontro com o esperado pelo modelo CAPM foram devido a não incorporação da assimetria na análise, em que "*the evidence suggests that prior empirical findings that are interpreted as inconsistent with the traditional theory can be attributed to misspecification of the capital asset pricing model by omission of systematic (nondiversifiable) skewness*" (KRAUS; LITZENBERGER, 1976, p. 1086). Harvey e Siddique (2000) apontam que seus resultados encontrados "*show that conditional skewness helps explain the cross-sectional variation of expected returns across assets and is significant even when factors based on size and book-to-market are included*" (HARVEY; SIDDIQUE, 2000, p. 1263). Brooks et al. (2005) afirmam que "*significant evidence in favor of the presence of autoregressive conditional kurtosis is* *observed*" (BROOKS et al., 2005, p. 399). Contudo, a presente pesquisa pretende analisar a relação considerando a variância condicional, assimetria condicional e curtose condicional conjuntamente, diferentemente desses autores, e conhecer as dinâmicas existentes entre os mesmos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Alguns dos modelos amplamente utilizados em finanças (teoria de carteiras com Markowitz (1952) e CAPM com Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966)), são embasados em duas variáveis centrais: a média e variância, ou seja, primeiro e segundo momento da distribuição de probabilidade e que caracterizam a distribuição gaussiana. Assim, supõe-se um investidor que se preocupa com o retorno médio obtido durante determinado período de tempo e o risco exposto nesse investimento através do cálculo da medida do desvio-padrão ou beta.

Porém, tem-se uma característica que frequentemente se apresenta nas séries financeiras, que é a existência de assimetria e curtose. O fato da distribuição empírica das séries financeiras se afastarem dos parâmetros estabelecidos para uma distribuição gaussiana (assimetria zero e curtose no valor três) remete ao questionamento acerca da importância desses momentos para a precificação.

Assim, a presente pesquisa procura levantar qual a importância dada a esses momentos por profissionais da academia e de mercado, e também, verificar quantitativamente qual é a relação entre esses momentos superiores condicionais considerados conjuntamente visando atribuir o que os mesmos agregam para a atividade de precificar ativos.

REFERÊNCIAS

ARROW, K. J. **Essays in the theoryof risk-bearing**. USA: Markham Publishing Company, 1971.

BERNOULLI, D. Exposition of a new theory on the measurement of risk. **Econometrica**, v. 22, n. 1, p. 23 – 36, 1954.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307 – 327, 1986.

_______. A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. **The Review of Economics and Statistics**, v. 69, n.3, p. 542 – 547, 1987.

BROOKS, C.; BURKE, S. P.; HERAVI, S.; PERSAND, G. Autoregressive conditional kurtosis. **Journal of Financial Econometrics**, v. 3, n. 3, p. 399 – 421, 2005.

CASTRO JUNIOR, F. H. F. **Apreçamento de ativos com assimetria e curtose: um teste de comomentos com dados em painel**. 2008. Tese. Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade de São Paulo. São Paulo: USP, 2008.

COOPER, D. R.; EMORY, C. W. **Business research methods**. 5 ed. USA: McGraw-Hill, 1995.

DANTHINE, J. P.; DONALDSON, J. **Intermediate financial theory**. 2 ed. USA: Elsevier, 2005.

EECKHOUDT, L.; GOLLIER, C.; SCHLESINGER, H. **Economic and financial decisions under risk**. USA: Princeton University Press, 2005.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987 – 1007, 1982.
_______; LILIEN, D. M.; ROBINS, R. P. Estimating time varying risk premia in the term structure: The ARCH-M model. **Econometrica**, v. 55, n. 2, p. 391 – 407, 1987.
FANG, H.; LAI, T. Y. Co-kurtosis and capital asset pricing. **Financial Review**, v. 32, n. 2, p. 293 – 307, 1997.
GLOSTEN, L. R.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. **The Journal of Finance**, v. 48, n. 5, p. 1779-1801, 1993.
HAIR JUNIOR, J. F.; BABIN, B.; MONEY, A. H.; SAMOUEL, P. **Fundamentos de métodos de pesquisa em Administração**. Porto Alegre: Bookman, 2005.
HARVEY, C. R.; SIDDIQUE, A. Autoregressive conditional skewness. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 34, n. 4, p. 465 – 487, 1999.
_______; _______. Conditional skewness in asset pricing tests. **The Journal of Finance**, v. 55, n. 3, p. 1263 – 1295, 2000.
_______; LIECHTY, J. C.; LIECHTY, M. W.; MULLER, P. Portfolio selection with higher moments. **Quantitative Finance**, v. 10, n. 5, p. 469 – 485, 2010.
INGERSOLL, J. Multidimensional security pricing. **The Journal of Financial and Quantitative Analysis**, v. 10, n. 5, p. 785 – 798, 1975.
KRAUS, A.; LITZENBERGER, R. H. Skewness preference and the valuation of risk assets. **The Journal of Finance**, v. 31, n. 4, p. 1085 – 1100, 1976.
LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13 – 37, 1965.
MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **The Journal of Business**, vol. 36, n.4, p. 394 – 419, 1963.
MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77 – 91, 1952.
MOSSIN, J. Equilibrium in a capital asset market. **Econometrica**, v. 34, n. 4, p. 768 – 783, 1966.
NELSON, D. B. Conditional Heteroskedasticity in asset returns: a new approach. **Econometrica**, v. 59, n.2, p. 347 – 370,1991.
ÑÍGUEZ, T. M.; PAYA, I.; PEEL, D.; PEROTE, J. **Higher-order moments in the theory of diversification and portfolio composition**. Lancaster University Management School. Economics Working Paper Series 2013/003. 2013. Disponível em: < http://eprints.lancs.ac.uk /57981/4/Paya_2013_3.pdf>. Acesso em: 20 mai. 2014.
SCOTT, R. C.; HORVATH, P. A. On the direction of preference for moments of higher order than the variance. **The Journal of Finance**, v. 35, n. 4, p. 915 – 919, 1980.
SHARPE, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425 – 442, 1964.
VARIAN, H. R. **Microeconomia**: Princípios básicos. 7 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.
WELCH, I. **The equity premium consensus forecast revisited**. Cowles Foundation Discussion Paper n. 1325, 2001. Disponível em: <http://papers.ssrn.com/sol3/papers. cfm?abstract_id=285169>. Acesso em: 28 nov. 2013.
______. **The consensus estimate for the equity premium by academic financial economists in December 2007**. 2008. Disponível em: < http://papers.ssrn.com/sol3/ papers.cfm?abstract_id =1084918>. Acesso em: 28 nov. 2013.
WEN, F.; TAO, M.; HE, Z.; CHEN, X. The impact of investors' risk attitudes on skewness of return distribution. **Procedia Computer Science**, v. 17, p. 664 – 670, 2013.

XIONG, J. X.; IDZOREK, T. M. The impact of skewness and fat tails on the asset allocation decision. **Financial Analysts Journal**, v. 67, n. 2, p. 23 – 35, 2011.