PRECIFICAÇÃO DE DERIVATIVOS DE TAXA DE JUROS

Edson Abe(*)
Herbert Kimura(*)

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar, de forma didática, os principais conceitos da teoria financeira referente à modelagem do comportamento da taxa de juros. Através da exposição da teoria generalizada, mostraremos os resultados que propiciarão a derivação de metodologias de precificação de derivativos de renda fixa. A partir de um caso específico, desenvolveremos um modelo de taxa de juros amplamente aplicado pelos agentes do mercado financeiro, conhecido por modelo de Black-Dermane-Toy, e apresentaremos a seguir um estudo de caso onde serão realizadas simulações práticas para a precificação de opções de compra sobre títulos de renda fixa.

(*) Mestrandos em Administração de Empresas pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo. Engenheiro Eletrônico pelo ITA. E-mails: edsonabe@usp.br e herbertk@ime.usp.br.

INTRODUÇÃO

Os derivativos de taxa de juros representam recentes inovações no mercado financeiro. Particularmente no Brasil, estes instrumentos financeiros vêm ganhando cada vez maior importância para a gestão eficiente do risco de flutuações de taxa de juros. Modelos de precificação, isto é, para avaliação de preço de derivativos de taxa de juros dependem fundamentalmente da hipótese sobre o processo de difusão que governa o comportamento das taxas de juros.

Neste trabalho, buscaremos apresentar a teoria de precificação de derivativos de taxa de juros, abordando os aspectos matemáticos e financeiros necessários para uma validação da modelagem utilizada. Adicionalmente, mostraremos um exemplo numérico, que constitui um caso especial do tratamento teórico desenvolvido.

Assim, na próxima seção, estabeleceremos as definições e os conceitos iniciais, explicitando a nomenclatura a ser utilizada. A seguir, construíremos árvores binomiais que permitirão a realização da precificação de títulos de renda fixa através da identificação das principais relações matemáticas. Na seção seguinte, baseando-se no conceito de arbitragem, desenvolveremos as equações obtidas na seção anterior para obtermos relações de equilíbrio de mercado referentes à precificação de títulos que pagam somente juros na maturidade. Através deste modelo de títulos de renda fixa do tipo zero *coupon*, tornar-se-á imediato o cálculo do preço de opções sobre títulos de renda fixa. Apresentaremos, em uma seção posterior, o modelo de Black-Derman-Toy, bastante utilizado para a precificação de derivativos de taxa de juros. Finalmente, um exemplo de aplicação do modelo de Black-Derman-Toy será mostrado visando demonstrar sua aplicabilidade na precificação de opções de taxa de juros.

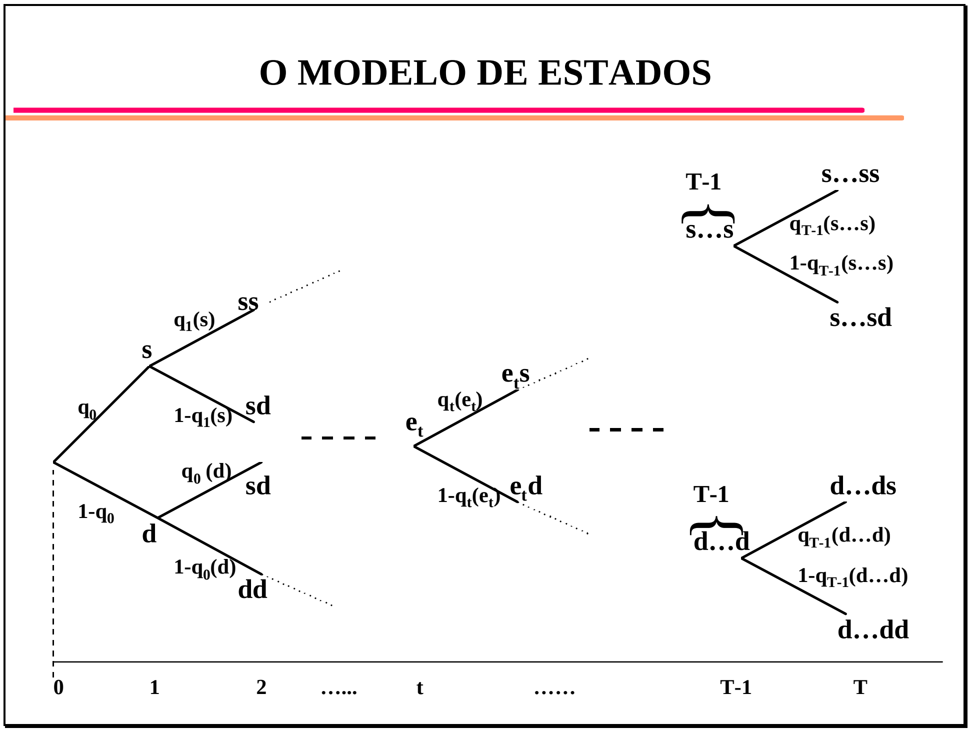
O Processo dos Estados

Usando uma árvore binomial e portanto realizando a modelagem em tempo discreto para facilitar o entendimento dos conceitos, vamos considerar que o comportamento da taxa de juros seja dependente da ocorrência de um determinado estado da natureza. Ou seja, possíveis estados ou cenários futuros ocasionarão um impacto na taxa de juros.

Construindo uma árvore binomial, duas possibilidades podem ocorrer a partir de um dado estado inicial: pode haver uma movimentação para o estado “s” (subida) com probabilidade q_i (> 0), ou para o estado “d” (descida) com probabilidade 1 - q_i (> 0), onde i refere-se a um tempo de referência. A partir de um momento, portanto, podem-se seguir somente dois estados. A figura a seguir estiliza o processo de desenvolvimento dos estados e suas respectivas probabilidades.

No caso apresentado, consideraremos a seqüência “sd” diferente de “ds”, ou seja, para cada estado no tempo t, temos 2 possibilidades de estado para o tempo t+1, não havendo portanto, a característica de recombinação da árvores. Chamando o estado no tempo t de e_t, temos que e_{t+1} pode ser e_ts ou e_td. Teremos então 2^t possíveis estados no tempo t, iniciando a partir de t=0. Observe que o fato de não haver recombinação confere ao modelo um perfil mais genérico e portanto mais flexível em termos de parametrização para adequação à realidade do mercado.

Figura 1 - A Estrutura dos Estados da Natureza



O Processo de Precificação de Títulos

Chamaremos $P(t,T;e_t)$ o preço de um título, no tempo t, cuja maturidade é T, com e_t representando seu estado no tempo t. Convencionaremos também que $P(T,T;e_T) = 1$, para todo T e e_T. Ou seja, a analogia que se pode fazer é que no vencimento do título, seu valor é dado pelo valor de face, definido como sendo igual a 1.

Podemos definir os retornos de dois modos, de acordo com o estado em t+1. Assim, seja $s(t,T;e_t)$ o retorno do título dado que o estado da natureza seguinte a t é “s” e $d(t,T;e_t)$ o retorno quando o estado seguinte corresponde a “d”. Temos:

$$s(t,T;e_t) = \frac{P(t+1,T;e_t s)}{P(t,T;e_t)} \quad \text{para } t+1 \leq T$$

equação (1)

e

$$d(t,T;e_t) = \frac{P(t+1,T;e_t d)}{P(t,T;e_t)} \quad \text{para } t+1 \leq T$$

equação (2)

onde $s(t,T;e_t) > d(t,T;e_t)$ para $t < T - 1$ considerando o estado denotado por e_t.

É fácil verificar que

$$s(t,t+1;e_t) = d(t,t+1;e_t) = \frac{1}{P(t,t+1;e_t)} = r(t;e_t)$$

equação (3)

para todo t e e_t, onde $r(t;e_t)$ é a taxa spot, referente ao rendimento de uma aplicação no título entre o intervalo de tempo t e t+1.

Podemos escrever o processo estocástico que modela o comportamento da taxa de juros spot r através de:

$r(t+1;e_{t+1}) = s(t+1,t+2;e_t s)$ com probabilidade $q_t(e_t) > 0$
$r(t+1;e_{t+1}) = d(t+1,t+2;e_t d)$ com probabilidade $1 - q_t(e_t) > 0$
para todo e_t e $t+1 \leq T-1$.
equação (4)

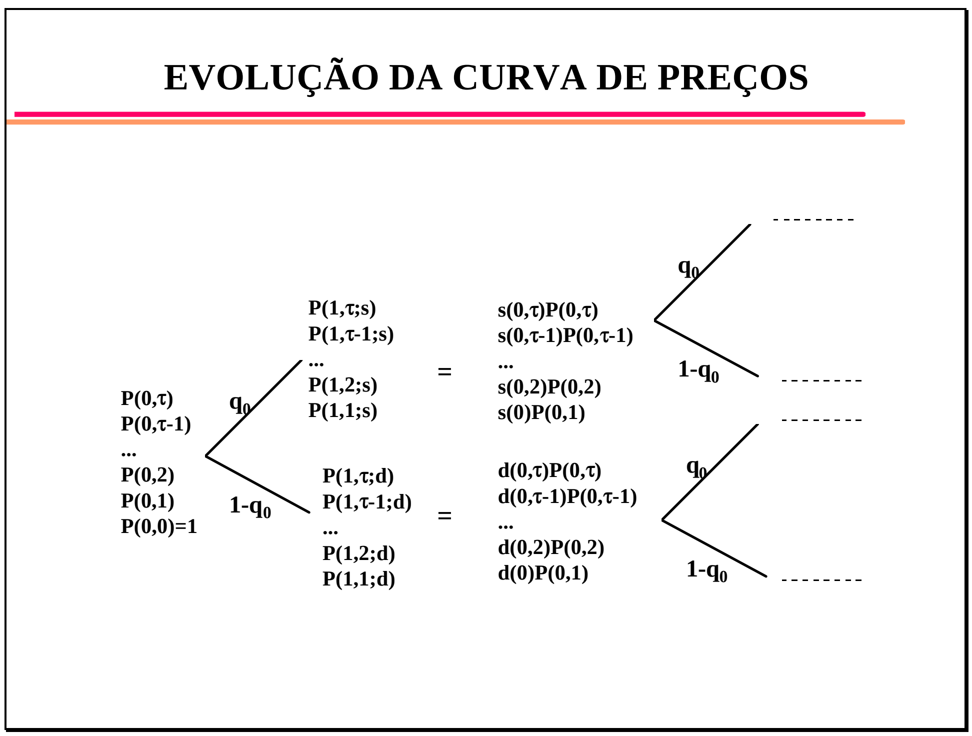
Definiremos agora

$$B(t) = B(t\text{-}1)r(t\text{-}1) = \prod_{i=0}^{t-1} r(i)$$

com B(0) = 1
equação (5)

como sendo o valor corrigido de um investimento em renda fixa dado pelo mercado financeiro para títulos cuja estrutura de taxa de juros spot é modelado através da equação (4). Ao inserirmos a variável de estado, podemos notar que B(t) depende do estado anterior, ou seja, devemos escrevê-lo como $B(t;e_{t-1})$ para representar adequadamente seu conceito.

Figura 2 - Árvore Binomial dos Preços de Títulos



Inserindo as probabilidades, podemos escrever:

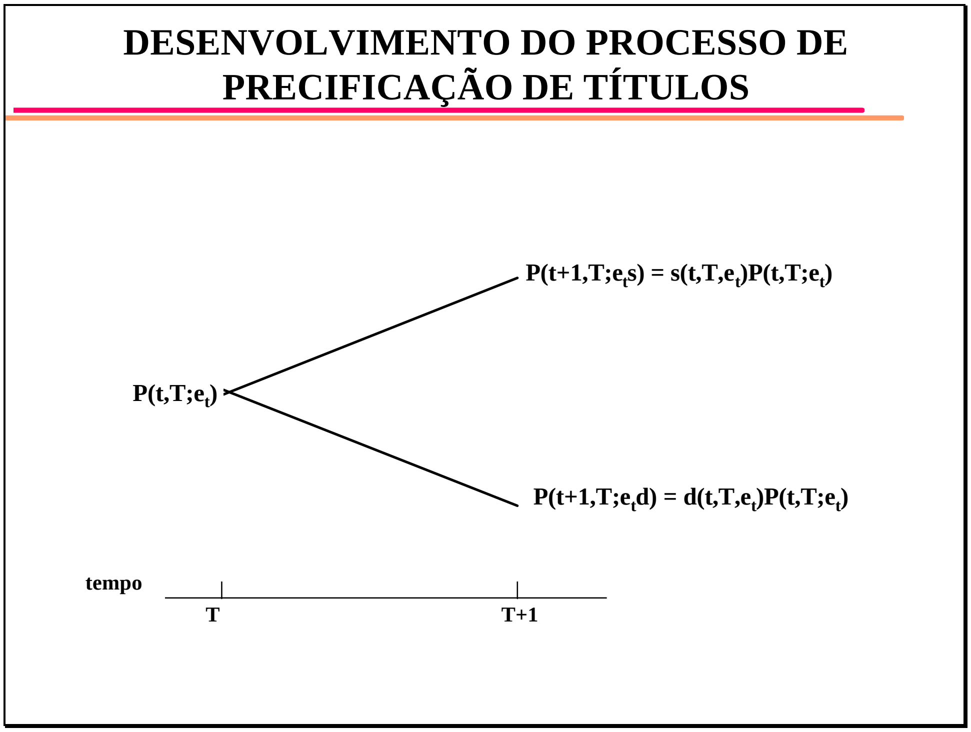
$P(t+1,T;e_{t+1}) = s(t,T;e_t)P(t,T;e_t)$ se $e_{t+1} = e_t s$ (com probabilidade $q_t(e_t) > 0$)
$P(t+1,T;e_{t+1}) = d(t,T;e_t)P(t,T;e_t)$ se $e_{t+1} = e_t d$ (com probabilidade $1 - q_t(e_t) > 0$)
equação (6)

onde

$s(t,T;e_t) > d(t,T;e_t)$ para $t < T - 1$
$s(t,t+1;e_t)P(t,t+1;e_t) = d(t,t+1;e_t)P(t,t+1;e_t) = 1$.
equação (7)

Pela figura abaixo, podemos notar que uma vez obtidos os valores referentes a P(.,.;.), então os demais valores de u(.,.), d(.,.) e r(.) são facilmente calculados pelas relações expostas na figura 2.

Figura 3 - Processo de Precificação de Títulos



Estratégia para a Precificação de Títulos

Nesta seção, vamos avaliar o preço de títulos de renda fixa, com pagamento de juros apenas na maturidade, sob a hipótese de ausência de possibilidades de arbitragem.

Criaremos uma estratégia de modo que, a partir do conhecimento da árvore que identifica os preços de um título para cada estado da natureza em todos os períodos, consigamos então determinar qual o preço deste título para que não seja possível a estruturação de uma operação de arbitragem, isto é, ganho sem risco. Consideraremos que o preço obtido desta forma possa ser definido como preço justo do título.

Para um determinado tempo t, temos que nossa estratégia será estruturar uma carteira composta por dois tipos de ativos: uma aplicação no mercado financeiro que rende uma taxa de juros periodicamente e títulos de renda fixa de maturidade T. Vamos considerar que $n_0(t;e_t)$ é a quantidade de dinheiro aplicado no mercado financeiro e $n_1(t;e_t)$ é a quantidade de títulos de maturidade T_1, dado que estamos no estado e_t.

Temos estão que o valor inicial desta carteira será:

$n_0(0).1 + n_1(0)P(0, T_1)$
equação (8)

Para um tempo t intermediário entre [0,T], o valor desta carteira é dado por:

$n_0(t;e_t)B(t;e_{t-1}) + n_1(t;e_t)P(t,T_1;e_t)$.
equação (9)

A data de liquidação será $T^* = \text{mín}(T_1,T-1)$, onde T é a maturidade de um título zero cupom. Esta relação é imediata tendo em vista que não faz sentido avaliarmos títulos após o seu vencimento.

Para que não ocorra arbitragem, devemos garantir que o valor da carteira em cada período intermediário à liquidação seja o mesmo, segundo a composição que tínhamos anteriormente e a nova composição que será formada. Ou seja, fixaremos a seguinte relação:

$n_0(t-1;e_{t-1})B(t;e_{t-1}) + n_1(t-1;e_{t-1})P(t,T_1;e_t) = n_0(t;e_t)B(t;e_{t-1}) + n_1(t;e_t)P(t,T_1;e_t)$
onde $t \in \{1,2,...,T^*-1\}$.
equação (10)

Chamaremos agora de $x(t;e_t)$ o preço justo da carteira, livre de arbitragem, no tempo t. Assim,

$x(t;e_t) = n_0(t;e_t)B(t;e_{t-1}) + n_1(t;e_t)P(t,T_1;e_t)$
onde $t < T_1$, pois para T_1 a carteira vale 1.
equação (11)

A partir de um ramo final, teremos que ir retornando para ramos anteriores da árvore binomial para encontramos a quantidade adequada de aplicações no mercado financeiro e títulos de renda fixa para identificarmos a composição da carteira de forma a se evitar arbitragem e conseqüentemente obtermos os preços justos do título de renda fixa em períodos anteriores. Este procedimento é realizado sucessivamente até obtermos o preço no instante inicial, ou seja, na origem da árvore binomial.

Para conseguirmos realizar a precificação do título, devemos ter uma árvore com os preços P do título de maturidade T nos vários estados e os vários valores corrigidos da aplicação no mercado financeiro, dado por B, para cada estado da mesma árvore.

Para calcularmos $n_0(t-1;e_{t-1})$ e $n_1(t-1;e_{t-1})$, devemos ter inicialmente $x(t;e_{t-1}s)$ e $x(t;e_{t-1}d)$, que são dados por:

$x(t;e_{t-1}s) = n_0(t;e_t)B(t;e_{t-1}) + n_1(t;e_t)P(t,T_1;e_{t-1}s)$
equação (12)

Para não haver possibilidade de arbitragem, para o estado da natureza "s":

$x(t;e_{t-1}s) = n_0(t-1;e_{t-1})B(t;e_{t-1}) + n_1(t-1;e_{t-1})P(t,T_1;e_{t-1}s)$
equação (13)

E portanto,

$$x(t;e_{t-1}s) = n_0(t-1;e_{t-1})B(t-1;e_{t-2})r(t-1;e_{t-1}) + n_1(t-1;e_{t-1})P(t-1,T_1;e_{t-1})s(t-1,T_1;e_{t-1})$$
equação (14)

Analogamente, temos para o caso do estado da natureza "d":

$x(t;e_{t-1}d) = n_0(t-1;e_{t-1})B(t-1;e_{t-2})r(t-1;e_{t-1}) + n_1(t-1;e_{t-1})P(t-1,T_1;e_{t-1})d(t-1,T_1;e_{t-1})$
onde $t < T_1$.
equação (15)

Temos que, isolando $n_0(t-1;e_{t-1})$ e $n_1(t-1;e_{t-1})$:

$$n_0(t-1;e_{t-1}) = \frac{x(t;e_{t-1}d)s(t-1,T_1;e_{t-1}) - x(t;e_{t-1}s)d(t-1,T_1;e_{t-1})}{B(t-1;e_{t-2})r(t-1;e_{t-1})\left[s(t-1,T_1;e_{t-1}) - d(t-1,T_1;e_{t-1})\right]}$$
equação (16)

$$n_1(t-1;e_{t-1}) = \frac{x(t;e_{t-1}s) - x(t;e_{t-1}d)}{P(t-1,T_1;e_{t-1})\left[s(t-1,T_1;e_{t-1}) - d(t-1,T_1;e_{t-1})\right]}$$
equação (17)

Notemos que esses valores são bem definidos desde que $s(t-1,T_1;e_{t-1})$ seja diferente de $d(t-1,T_1;e_{t-1})$, evitando divisão por zero. Através de manipulações matemáticas, podemos reescrever $n_1(t-1;e_{t-1})$ da seguinte maneira:

$n_1(t\text{-}1;e_{t\text{-}1}) = \dfrac{x(t;e_{t-1}s) - x(t;e_{t-1}d)}{P(t,T_1;e_{t-1}s) - P(t,T_1;e_{t-1}d)}$
equação (18)

Temos então outro método de determinar a composição da carteira. Dados os valores sem arbitragem e os valores obtidos pela construção da árvore, podemos determinar $n_1(t\text{-}1;e_{t\text{-}1})$, e para determinamos $n_0(t\text{-}1;e_{t\text{-}1})$, podemos a partir de

$$x(t;e_t) = n_0(t\text{-}1;e_{t\text{-}1})B(t;e_{t\text{-}1}) + n_1(t\text{-}1;e_{t\text{-}1})P(t,T_1;e_t)$$

equação (19)

definir

$$n_0(t\text{-}1;e_{t\text{-}1}) = \frac{x(t;e_t) - n_1(t-1;e_{t-1})P(t,T_1;e_t)}{B(t;e_{t-1})}$$

equação (20)

Precificação de Opções de Compra de Títulos de Zero Cupom

Seja uma opção de compra ou *call* de título de zero cupom, sendo T* o seu vencimento de modo que $0 \leq T^* \leq T$ e seu preço de exercício seja K. Definiremos o valor desta *call*, através do conceito de arbitragem, como sendo $C(t;e_t)$. Ou seja, no vencimento o valor da *call* será de:

$$C(T^*;e_{T^*}) = \text{máx}(P(T^*,T;e_{T^*}) - K, 0)$$

equação (21)

De modo semelhante, podemos utilizar a mesma estratégia usada anteriormente onde compomos uma carteira de aplicações no mercado financeiro e em títulos de renda fixa, para a estruturação de uma carteira contendo também opções de compra sobre títulos de renda fixa com maturidade T.

As equações de cada estado, para a composição da carteira serão:

$$n_1(t\text{-}1;e_{t\text{-}1}) = \frac{C(t;e_{t-1}s) - C(t;e_{t-1}d)}{P(t,T;e_{t-1}s) - P(t,T;e_{t-1}d)}$$

onde $n_1(t\text{-}1;e_{t\text{-}1})$ representa a quantidade de opções de compra

equação (22)

$$n_0(t\text{-}1;e_{t\text{-}1}) = \frac{C(t;e_t) - n_1(t-1;e_{t-1})P(t,T;e_t)}{B(t;e_{t-1})}$$

onde $n_0(t\text{-}1;e_{t\text{-}1})$ representa o volume de recursos aplicados no mercado financeiro.
equação (23)

Novamente, portanto, como feito no caso de avaliação de títulos de renda fixa, para precificar a opção de compra devemos obter seus possíveis valores no vencimento e trazer a valor presente segundo as taxas de juros vigentes em cada tempo e considerando uma probabilidade q e 1-q para um estado de "subida" e de "descida" respectivamente.

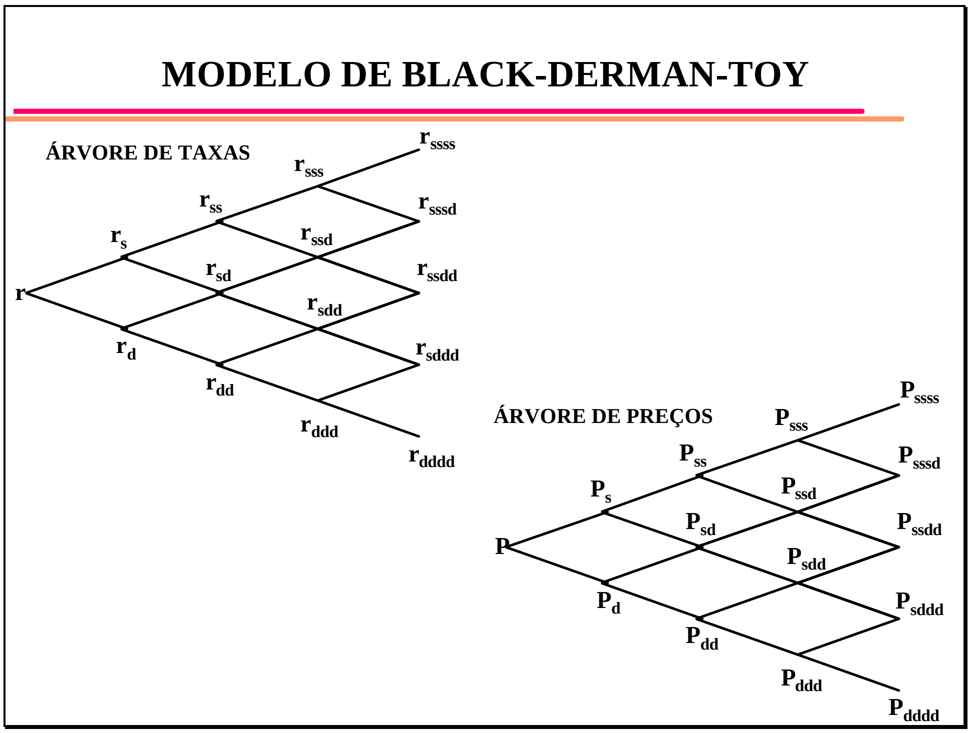
Modelo de Black-Derman-Toy

O modelo de Black-Derman-Toy é um dos modelos de taxa de juros mais utilizados para precificar títulos de renda fixa e opções de taxa de juros. Baseado no princípio de arbitragem, o modelo permite a adequação das árvores binomiais aos parâmetros observados no mercado, sendo um caso particular do modelo discutido na Seção 3.

A principal característica do modelo de Black-Derman-Toy é a suposição de log-normalidade da taxa de juros de curto prazo em todos os instantes. Esta característica implica numa dificuldade na determinação de uma solução fechada para o problema de precificação, acarretando a necessidade de desenvolvimento de uma árvore binomial recombinante para implementação do modelo. Por recombinante, queremos dizer que um estado “sd” equivale a “ds”. Ou, generalizando, os nós das árvores que correspondem a quantias iguais de subidas ou descidas, têm o mesmo valor, o que nos conduz a árvores binomiais tradicionais, semelhantes às árvores utilizadas para precificação de opções sobre ações, como é o caso do modelo de Cox-Ross-Rubinstein.

A figura abaixo, mostra a configuração da árvore construída segundo o modelo de Black-Derman-Toy.

Figura 4 - O Modelo de Black-Derman-Toy



Mais especificamente, no modelo de Black-Derman-Toy, a volatilidade da taxa de juros varia com o tempo e a própria taxa de juros, descreve um processo de difusão discreto, que é análogo ao seguinte processo desenvolvido no tempo contínuo:

$$d\ln(r) = \left[\theta(t) + \frac{\partial\sigma(t)/\partial t}{\sigma(t)}\ln(r)\right]dt + \sigma(t)\,dz$$

equação (24)

onde r corresponde à taxa de juros de curto prazo

σ é a volatilidade da taxa de juros

dz é um componente que expressa um caráter aleatório que segue um movimento browniano ou processo de Wiener padrão

$$\theta(t) + \frac{\partial\sigma(t)/\partial t}{\sigma(t)} \ln(r)$$ é uma medida de reversão à média ou gravidade

equação (25)

De acordo com a suposição de que a taxa de juros tem distribuição log-normal, então, temos que a volatilidade da taxa de juros é dada por:

$$\sigma = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{r_s}{r_d}\right)$$

equação (26)

Adicionalmente, se considerarmos uma avaliação segundo a estrutura teórica de neutralidade ao risco, podemos supor q = 1-q = 0,5. Esta estrutura estabelece que todos os ativos possuem um mesmo retorno esperado e portanto inexiste a relevância da percepção do nível de risco assumido. O conceito de neutralidade ao risco envolve a mudança do espaço de probabilidade no qual o título é avaliado implicando na probabilidade de ocorrência de cada possível estado subseqüente, num modelo binomial, poder ser definido em 50%.

A seguir, vamos apresentar um exemplo, onde aplicaremos os conceitos teóricos desenvolvidos nas seções anteriores para estabelecermos o preço de uma opção de compra sobre taxa de juros atilizando o modelo específico de Black-Derman-Toy.

Estudo de Caso

Vamos, através da aplicação do modelo de Black-Derman-Toy e seguindo o procedimento descrito na seção 5, apresentar um exemplo de precificação de uma opção de compra de um título de renda fixa. Vamos supor, que os prazos são mensais e que os dados de taxa de juros spot e volatilidade sejam obtidos através da observação de ativos negociados no mercado. Temos, então a seguinte tabela:

Tabela 1 - Valores de Mercado Referentes a Taxa de Juros de Curto Prazo

Vencimento	Taxa de juros	Volatilidade	Valor de Face	Preço
1	2,35%	2,15%	100.000,00	97.703,96
2	2,43%	2,03%	100.000,00	95.311,58
3	2,57%	1,98%	100.000,00	92.669,95
4	2,68%	1,90%	100.000,00	89.961,47
5	2,71%	1,89%	100.000,00	87.485,56

O derivativo a ser precificado será uma opção de compra européia de um título de renda fixa. Este título tem valor de face equivalente a R$ 100.000,00 e maturidade em 4 meses. A opção de compra tem preço de exercício R$ 97.200, e maturidade em 3 meses. Assim, este derivativo confere ao seu titular o direito de comprar, daqui a 3 meses, por R$ 97.200,00 um título de renda fixa que vence no quarto mês. Caso o valor do título, de acordo com a taxa de juros vigente ao final de 3 meses, estiver valendo mais de R$ 97.200,00, o titular da opção tem incentivos para exercer seu direito. Caso contrário, não há racionalidade no exercício do direito e portanto, a opção perde seu valor.

Seguindo as equações (24) e (26), sabemos as relações entre taxa de juros e volatilidade. Assim, a composição da carteira livre de risco é dependente das taxas de juros r a serem verificadas em cada período. Estas taxas, porém, têm de ser compatíveis com os níveis de taxas de juros spot e suas respectivas volatilidades observadas no mercado dadas na Tabela 1.

Assim, para não existirem oportunidades de arbitragem, segundo o modelo de Black-Derman-Toy, aplicando as equações (18) e (20) e considerando os dados de mercado, obtemos as seguintes árvores binomiais referentes às taxas de juros a serem verificadas em cada período, devido a ocorrência de cada estado da natureza e aos preços do título de renda fixa.

Figura 5 - Resultados do Modelo Black-Derman-Toy para Taxa de Juros e Preço do Título de Renda Fixa

ÁRVORES BINOMIAIS SEGUNDO O MODELO DE BLACK-DERMAN-TOY

ÁRVORE DA TAXA DE JUROS

						r_{sss}	3,33%
				r_{ss}	2,96%		
		r_s	2,56%			r_{ssd}	3,06%
r_0	2,35%			r_{sd}	2,85%		
		r_d	2,46%			r_{sdd}	2,81%
				r_{dd}	2,74%		
						r_{ddd}	2,59%

ÁRVORE DO PREÇO DO TÍTULO DE RENDA FIXA

								Pssss	100.000,00
						Psss	96.780,51		50%
				Pss	94.118,44		50%	Psssd	100.000,00
		Ps	91.933,12		50%	Pssd	97.032,04		50%
P_0	90.023,19		50%	Psd	94.456,68		50%	Pssdd	100.000,00
		Pd	92.344,36		50%	Psdd	97.264,48		50%
			50%	Pdd	94.773,79		50%	Psddd	100.000,00
					50%	Pdddd	97.479,19		50%
							50%	Pdddd	100.000,00
									50%

Sabendo que no vencimento da opção, a opção só teria valor se o preço do título de renda fixa for maior do que o preço de exercício estabelecido pela opção, então, para cada ramo da árvore binomial ao final de 3 meses, o preço da opção pode ser calculada através da equação (21), de acordo com cada possível estado da natureza e_{T*}. A figura a seguir, apresenta os resultados dos passos para precificar a opção, obtendo-se o valor de R$ 42,96.

Figura 6 - Resultados do Modelo de Black-Derman-Toy para Prêmio da Opção de Compra

PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES DE TAXA DE JUROS

RESULTADO NO VENCIMENTO T

C_T = Max [P_T-K;0] = Max[Pssss - K; 0]

Preço de exercício: R$ 97.200

ÁRVORE DO PREÇO DA OPÇÃO DE COMPRA

						Csss	0
				Css	0		50%
		Cs	1,84194E-09		50%	Cssd	0
C_0	42,95937392		50%	Csd	0,0003402		50%
		Cd	85,91874783		50%	Csdd	64,482894
			50%	Cdd	171,83716		50%
					50%	Cddd	279,19142
							50%

RESULTADO EM t < T
Preço na opção de compra C_0 = R$ 42,96

BIBLIOGRAFIA

BLACK, F.; **DERMAN,** E.; **TOY,** W. "One factor model of interest rates and its application to treasury bond options". *Financial Analysts Journal*, 1990.

CORNYN, A. J.; **MAYS,** E. Interest rate risk models: theory and practice. Glenlake Publising Company, 1997.

COX, J. C.; **ROSS,** S, A,; **RUBINSTEIN, M.** "Option pricing: a simplified approach". *Journal of Financial Economics*, 7, 1979.

FABOZZI, F. J. Measuring and controlling interest rate risk. FJF, 1996.

HAUG, E. G. The complete guide to option pricing formulas. McGraw Hill, 1998.

HO, T. S. Y**.; LEE,** S. B. "Term structure movements and pricing interest rate contingent claims". *Journal of Finance*, 41, 1986.

JARROW, R. A. Modelling fixed income securities and interest rate options. McGraw Hill, 1996.

SHINKO, D. C.; **TEJIMA,** N. **VAN DEVENTER,** D. R. **"**The valuation of risky debt when interest rates are stochastic". *Journal of Fixed Income*, 1993.

VAN DEVENTER, D. R..; **IMAI,** K. Financial Risk Analytics. A term structure model approach for banking, insurance and investment management. Irwin, 1997.

VASICEK, O. "A equilibrium characterization of the term structure". *Journal of Financial Economics*, 5, 1977.