

COMPARAÇÃO DE ESTIMADORES DE VOLATILIDADE NA ADMINISTRAÇÃO DE CARTEIRAS DE INVESTIMENTO UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DO MODELO DE MARKOWITZ

Alexandre Lintz^(*)
Liliane Renyi^(**)

RESUMO

A busca de modelos que possam tornar as técnicas de administração de carteiras de investimentos mais eficientes e eficazes é alvo de constante pesquisa entre os teóricos da área financeira. Este trabalho, através de evidências empíricas, busca este objetivo por meio de técnicas alternativas associadas ao consagrado modelo de Markowitz de composição de carteiras de ativos financeiros.

Através de elaboração de carteiras eficientes de mínima variância por duas técnicas distintas, média móvel simples e média móvel ponderada exponencialmente, pelo modelo de Markowitz, poderá se realizar análises de volatilidade comparada *ex post* que indicará possíveis vantagens do uso da técnica de média móvel ponderada exponencialmente. Além do mais se poderá verificar também se a técnica possui capacidade de prever, *ex ante*, a volatilidade da carteira ocorrida no período subsequente, *ex post*.

Por fim, ainda é realizada a comparação da relação retorno/risco entre duas carteiras administradas pelas diferentes técnicas, visando o fornecimento de uma base de resultados, tanto quantitativos quanto qualitativos, suficientes para que seja possível elaborar uma conclusão geral sobre a modelo proposto.

^(*) Engenheiro Metalúrgico pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Administração da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo. E-mail: lintz@usp.br.

^(**) Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Administração da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo.

INTRODUÇÃO

A busca de modelos que possam tornar as técnicas de administração de carteiras de investimentos mais eficientes e eficazes é alvo de constante pesquisa entre os teóricos da área financeira. Este trabalho, através de evidências empíricas, busca este objetivo por meio de técnicas alternativas associadas ao consagrado modelo de Markowitz de composição de carteiras de ativos financeiros.

A maneira mais conhecida e tradicional de utilização do modelo de Markowitz é baseada em estimadores justos e não viesados de retorno médio, volatilidade e correlações entre ativos. Porém diversos estudos tem analisado a capacidade de predição da volatilidade pela técnica conhecida como média móvel ponderada exponencialmente. Técnica esta que se baseia na atribuição de pesos em função da série temporal,

onde dados mais recentes possuem uma maior importância no cálculo, e os dados mais distantes no tempo recebem uma menor importância.

Através de elaboração de carteiras eficientes de mínima variância por ambas as técnicas através do modelo de Markowitz, se poderá realizar análises de volatilidade comparada *ex post* que dará indícios do sucesso ou fracasso da idéia. Além do mais se poderá verificar também se a técnica possui capacidade de prever, *ex ante*, a volatilidade da carteira ocorrida no período subsequente, *ex post*.

Por fim, ainda é realizada a comparação da relação retorno/risco entre duas carteiras administradas pelas diferentes técnicas, visando o fornecimento de uma base de resultados, tanto quantitativos quanto qualitativos, suficientes para que seja possível elaborar uma conclusão geral sobre a modelo proposto.

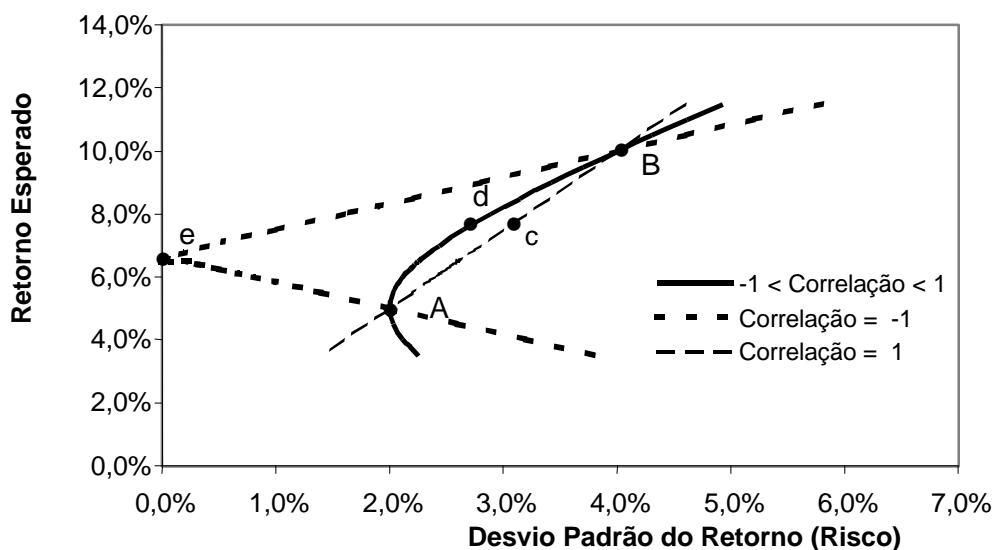


Figura 1 - Curvas que Relacionam Risco com Retorno Esperado para Diferentes Correlações entre os Retornos dos Ativos

A Teoria

A administração de carteiras de ativos financeiros sempre procurou, através de inúmeros modelos, otimizar seus dois principais parâmetros: risco e retorno. Porém foi através do trabalho *Portfólio Selection* publicado em 1952 por Markowitz, que a abordagem teórico deste assunto se tornou mais forte. Neste trabalho, Markowitz busca responder a uma questão crucial: é possível minimizar o risco do investidor para um certo nível de ganho esperado? Caso se conseguisse responder a esta questão, poderia se criar técnicas racionais para analisar a diversificação de carteiras, em vez de apenas se seguir o provérbio simplista que até então vingava de que *nunca se deve colocar todos os ovos em uma mesma cesta*. Markowitz, passa então a discutir em que cestas que se deveria colocar os ovos, não simplesmente os espalhando aleatoriamente.

O primeiro grande passo de Markowitz foi quebrar o paradigma de que o retorno esperado apresenta uma relação linear com o desvio padrão, como pode se ver na figura 1. A intuição das pessoas diz que ao se alocar metade do dinheiro num ativo A com um desvio padrão do retorno de 2%, e metade em B com um desvio padrão do retorno de 4%, a carteira vai apresentar, assim, um desvio padrão do retorno de 3% $((2\%+4\%)/2)$. Contudo, como pode se observar na figura 1, não necessariamente o desvio padrão do retorno será de 3%. Para se conhecer o verdadeiro desvio padrão do retorno, precisa-se antes conhecer a correlação existente entre os ativos A e B, ou seja, precisa-se conhecer o grau de interdependência entre estes ativos. A intuição das pessoas apenas estaria correta quando a correlação entre os ativos fosse igual a 1 (ponto c da figura 1). Alternativamente, se a correlação estivesse entre -1 e 1, a relação capaz de explicar o risco e retorno não seria linear, sendo em vez disso hiperbólica, apresentando um risco inferior a 3% (ponto d). Por fim, caso a correlação fosse de -1, como pode se ver no gráfico, haveria até mesmo uma combinação entre os ativos A e B que apresentaria um retorno livre de risco (ponto e). Neste caso, a equação que explica a relação risco e retorno novamente seria linear. Portanto, escolhendo-se proporções corretas entre os ativos,

consegue-se obter um risco para a carteira inferior à simples média dos riscos dos ativos, se não até mesmo nulo. Resta então otimizar a escolha retorno/risco, valendo-se observar que quanto menor a correlação entre os ativos, mais forte será o efeito de diversificação, e portanto menor será o risco da carteira.

Para melhor se compreender a idéia de diversificação proposta por Markowitz, basta pensar numa carteira composta por ações de uma montadora e de uma empresa de autopeças que fornece o material à montadora. Provavelmente o nível de produção destas empresas apresentam uma forte correlação positiva, e caso a montadora reduza sua produção drasticamente, a fornecedora também reduzirá. Logo, as ações de ambas as empresas terão suas cotações em baixa na bolsa, de nada adiantando esta diversificação.

Suponha uma carteira formada por n ativos. O retorno desta carteira pode ser dado por:

$$(1) \quad \tilde{R}_c = \sum_{i=1}^n w_i \tilde{R}_i$$

onde,

R_c é o retorno da carteira (variável aleatória);

w_i é o peso do ativo i na carteira;

R_i é o retorno do ativo i (variável aleatória)

Como a equação (1) é composta por variáveis aleatórias, pode-se estimar parâmetro retorno médio da carteira, que é dado por:

$$(2) \quad R_m = E\left[\sum_{i=1}^n w_i \tilde{R}_i\right] = \sum_{i=1}^n w_i E[\tilde{R}_i] = \sum_{i=1}^n w_i R_{mi}$$

onde,

R_{mi} é o retorno médio do ativo i ;

$R_{\mu c}$ é o retorno médio da carteira

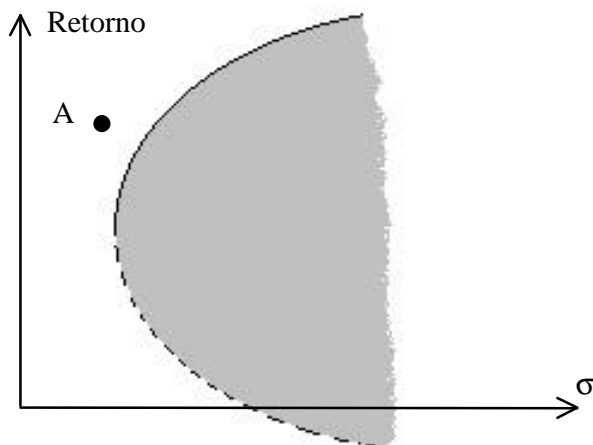


Figura 2 -Fronteira Eficiente

Já o risco (variância) de uma carteira é calculado a partir do desvio padrão e da correlação dos retornos dos diversos ativos que compõem a carteira, podendo ser descrito por:

$$(3) \quad s_c^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 s_i^2 + 2 \sum_{i>j} w_i w_j \text{cov}(R_i, R_j)$$

onde:

$\text{cov}(R_i, R_j)$ é a covariância entre os retornos dos ativos i e j ;

s_i é o desvio padrão da série de retornos do ativo i

A partir das equações (2) e (3) do modelo, os investidores devem buscar alternativas que ofereçam máximo retorno esperado com o mínimo de risco possível, seguindo o *princípio da dominância*. Este princípio diz que o investidor prefere entre dois ativos com mesmo risco, o que oferece maior retorno; ou entre dois ativos com mesmo retorno, o que oferece menor risco. Agregando-se o princípio da dominância às variáveis acima deduzidas, pode-se aplicar o multiplicador de Lagrange, possibilitando achar então uma equação que represente a “fronteira eficiente dos investimentos com risco”. O formato básico desta fronteira pode ser vista na figura 2. Sabe-se através de demonstrações matemáticas que esta fronteira é representada pela equação de uma hipérbole. A fronteira da

hipérbole (para 2 ativos) e sua área interna (para mais de 2 ativos) representa as oportunidades de investimento passíveis de se obter. Qualquer composição retorno/risco que esteja fora deste limite, como o ponto A, não pode ser atingido por nenhuma combinação de ativos que compõem a carteira. Dessa forma, a hipérbole é a fronteira que limita os pontos factíveis de se obter.

Sem dúvida, na parte superior da hipérbole (representada pela linha contínua no gráfico) encontram-se as melhores oportunidades de investimento. Todos os pontos na fronteira eficiente seguem o seguinte critério: dado um nível de desvio padrão do retorno, as carteiras na fronteira eficiente apresentam os retornos esperados mais altos possíveis. Com relação à parte pontilhada da hipérbole, esta não deve ser considerada no processo de tomada de decisão, pois esta parte, ao contrário do objetivo proposto, é capaz de minimizar o retorno para um dado nível de risco. Caso se trate de uma carteira de empréstimos, esta parte da curva passa a ser desejada, mas no modelo assume-se que a carteira seja de investimentos.

Neste modelo de composição de carteira de ativos financeiros desenvolvido por Markowitz, conforme foi visto, tem as variáveis retorno, desvio padrão (volatilidade) e correlações entre ativos como elementos básicos necessários para sua elaboração. Porém o cálculo destes parâmetros pode ser realizada de diversas formas, como projeções de cenários e cálculos estatísticos. Neste trabalho será abordada duas técnicas de cálculo: através de média móvel igualmente ponderada e através da média móvel ponderada exponencialmente. A partir deste ponto do trabalho, a técnica referente à média móvel igualmente ponderada será chamada de tipo I, e a referente à média móvel ponderada exponencialmente será chamada de tipo II.

Em ambas as técnicas é utilizada séries históricas para projetar o futuro, ou seja, assume-se nestes modelos que o futuro é uma mera repetição do passado. Várias são as críticas contra este modelo, porém esta ainda é a principal abordagem utilizada na administração de carteiras de ativos financeiros. Alguns modelos tentam suprir estas deficiências como o

modelo de projeção de cenários, onde é possível captar as percepções dos participantes do mercado sobre os possíveis eventos futuros, ou a estimação de volatilidade futura através da volatilidade implícita das opções. Em suma, todos os modelos buscam, embora ainda estejam bastante longe, atingir sua principal meta, que é a de prever o futuro de forma eficiente.

O modelo tipo I é bastante conhecido e utilizado por ser um estimador justo e não viesado. Ele atribui o mesmo peso para todos os dados da série, sendo que o tamanho desta pode ter grandes variações, dependente de fatores como ativo objeto, cenários projetados, analistas e etc. Por exemplo, para se medir a volatilidade de uma determinada ação, alguns analistas podem achar ideal a análise de 100 dias úteis, outros preferem trabalhar com 360, outros podem até mesmo preferir 31 dias úteis, ou seja, o tamanho da base de cálculo é variável e dependente de inúmeros fatores.

Já o modelo tipo II, estima os parâmetros através da ponderação exponencial, ou seja, ele fornece um maior peso aos dados mais recentes, e um menor peso aos dados mais distantes no passado. A grau de decaimento do peso, conhecido como fator de decaimento λ , indica a importância que é dada aos eventos recente. Este fator pode variar entre 0 e 1 sendo que quanto menor este fator, maior será o peso dado ao dado mais recente. Esta técnica é, na maioria das vezes, utilizada para a análise de volatilidade e correlação, porém neste trabalho optou-se por utilizá-la também para o cálculo dos retornos.

Existem diversos autores⁽⁵⁾ que estudaram o poder de predição de volatilidade através da técnica tipo II via testes empíricos. Portanto, este trabalho vai procurar verificar, através de teste empírico, a capacidade de carteiras de ativos financeiros administradas através da técnica tipo II gerar resultados superiores aos obtidos através da técnica tipo I.

METODOLOGIA

Para a realização deste trabalho, a composição das carteiras de ativos foi feita a partir de ações negociadas na BOVESPA que apresentassem boa liquidez. Este fator se mostra importante a medida que a precificação das

ações e o cálculo das variáveis necessárias podem ser distorcidos ao longo do período. Sendo assim, foram escolhidas as ações preferenciais das seguintes empresas: TELEBRAS, TELESP, PETROBRAS, CIA. VALE DO RIO DOCE e CEMIG. A base histórica, composta pela cotação diária de fechamento, é iniciada em 02/jan/96 e finalizada em 30/abr/98, com os devidos ajustes de desdobramentos, dividendos e etc, realizados através do sistema de informações ECONOMÁTICA. Já os *furos* (falta de cotação no dia) existentes nas séries foram preenchidos através de interpolação linear.

A partir destas séries históricas de preço das ações, foram calculados os retornos diários partir do modelo de capitalização discreta, dados por:

$$r_t = \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) - 1$$

onde,

r_t é o retorno no período t ;

P_t é o preço do ativo no período t ;

t é o período de 1 dia.

Caso os retornos fossem calculados com base em capitalização contínua, a diferença com relação aos valores obtidos seria muito pequena, não levando a grandes distorções no resultado. O modelo de capitalização discreta, assim como o modelo de capitalização contínua, não apresentam retornos muito diferentes quando os mesmos são pequenos. Apenas em casos de grande volatilidade nas bolsas e análise de períodos maiores, como análise mensal, pode-se perceber maiores discrepâncias entre as duas metodologias de cálculo, não devendo-se assim, aprofundar na análise de qual a melhor metodologia a ser seguida.

O passo seguinte consiste no cálculo através das técnicas tipo I e II dos parâmetros utilizados no modelo de Markowitz para a elaboração de carteiras eficientes.

Primeiramente é realizada a análise através da técnica tipo I. Nesta técnica a estimação dos parâmetros volatilidade, retornos e correlações, conforme visto anteriormente, são calculados atribuindo-se um mesmo peso a todos os dados da série temporal, ou seja, um dado em $t-1$ tem o mesmo peso de um dado em $t-100$. Portanto

temos que o retorno de um ativo pode ser estimado a partir de:

$$\bar{r} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_t$$

onde,

\bar{r} é o retorno médio no período;
 T é o número de retornos no período;
 r_t é o retorno no subperíodo t .

O segundo parâmetro a ser estimado no modelo, após o cálculo do retorno, é o desvio padrão (volatilidade) dos retornos do ativo em questão, que pode ser expresso por:

$$s = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_t - \bar{r})^2}$$

onde,

s é o desvio padrão no período;
 \bar{r} é o retorno médio no período;
 T é o número de retornos no período;
 r_t é o retorno no subperíodo t .

E por fim, a análise da covariância entre dois ativos, que pode ser expressa por:

$$s_{12}^2 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{1t} - \bar{r}_1)(r_{2t} - \bar{r}_2)$$

onde,

s_{12}^2 é a covariância entre os ativos 1 e 2 no período;
 \bar{r}_i é o retorno médio do ativo i no período;
 T é o número de retornos no período;
 r_{it} é o retorno do ativo i no subperíodo t .

A partir do cálculo destes parâmetros, a estimação da correlação entre dois ativos pode ser expressa por:

$$(4) \quad r_{12} = \frac{s_{12}^2}{s_1 s_2}$$

onde,

r_{12} é a correlação entre os ativos 1 e 2 no período;

s_{12}^2 é a covariância entre os ativos 1 e 2 no período;

s_i é o desvio padrão do ativo i no período;

Os cálculos foram realizados a partir de uma base móvel de 100 dias úteis. Portanto, como a série histórica se iniciou em 02/jan/96, as primeiras estimativas só foram calculadas a partir de 03/jun/96 (primeiro início de mês disponível após $t + 100$). Esta primeira parte é bastante conhecida e utilizada por aqueles que trabalham com administração de carteiras, diferentemente do modelo seguinte.

A segunda abordagem será realizada a partir da técnica tipo II. Neste trabalho optou-se por trabalhar com o fator de decaimento, λ , de 0,94. Este fator pode ser otimizado para cada ativo através de metodologia apropriada⁽⁵⁾, porém o fator utilizado foi escolhido devido à sua ampla utilização no mercado financeiro que pode ser explicado principalmente pela divulgação do modelo RiskMetricsTM do Banco J.P.Morgan/Reuters.

Esta técnica é utilizada basicamente na análise do parâmetro volatilidade, sendo que o cálculo do retorno médio é realizado através da técnica I. Porém neste trabalho optou-se por estimar o retorno através do mesmo modelo. Nesta abordagem, a estimação do retorno é dada pela expressão recursiva:

$$\bar{r}_t = (1 - I)r_t + I\bar{r}_{t-1}$$

onde,

\bar{r}_t é o retorno estimado no subperíodo t ;
 r_t é o retorno no subperíodo t ;
 \bar{r}_{t-1} é o retorno no subperíodo $t-1$;
 I é o fator de decaimento.

Vale lembrar que neste trabalho utilizou-se a forma não usual de cálculo do \bar{r} . Usualmente utiliza-se este modelo apenas para o cálculo da volatilidade e correlação.

Já a volatilidade é dada por:

$$s = \sqrt{(1 - I) \sum_{t=1}^T I^{t-1} (r_t - \bar{r})^2}$$

onde,

\bar{r} é o retorno estimado;
 r_t é o retorno no subperíodo t ;
 \bar{r}_{t-1} é o retorno no subperíodo $t-1$;
 T é o número de retornos no período;
 I é o fator de decaimento.

E por fim, tem-se que a covariância é dada por:

$$s_{12}^2 = (1 - I) \sum_{t=1}^T I^{t-1} (r_{1t} - \bar{r}_1)(r_{2t} - \bar{r}_2)$$

onde,

s_{12}^2 é a covariância entre os ativos 1 e 2 no período;
 \bar{r}_i é o retorno estimado do ativo i ;
 r_{1t} é o retorno do ativo 1 no subperíodo t ;
 T é o número de retornos no período;
 I é o fator de decaimento.

A correlação entre dois ativos, através da técnica tipo II, pode ser feita de forma análoga à realizada na equação (4).

Após a realização destes cálculos, passa-se então a elaboração das carteiras de ativos de mínima variância, a partir da composição *ex ante* e apuração *ex post* dos resultados. A apuração dos resultados e recomposição da carteira será realizada em subperíodos mensais. Esta metodologia pode ser resumida da seguinte forma. A composição *ex ante* da carteira é realizada a partir dos dados disponíveis até o momento. Calculam-se os parâmetros retorno médio, desvio padrão e correlações entre os ativos por ambos os métodos, onde serão então utilizados pelo modelo de Markowitz. Através da otimização dos multiplicadores de Lagrange, encontram-se carteiras de mínima variância compostas pelas cinco ações escolhidas. Composições estas alteradas no primeiro dia útil de cada mês. É importante ressaltar que nenhuma restrição é imposta ao parâmetro retorno. As restrições impostas ao modelo são de que a carteira não pode conter ativos alavancados (composição negativa ou maior que 100%).

Definida a composição no primeiro dia útil do mês (subperíodo), mantém-se esta até o final do mesmo (último dia útil do subperíodo), onde serão apurados os resultados de retorno e risco

ocorridos no subperíodo. A apuração *ex post* é realizada tendo o objetivo de comparação entre os resultados obtidos através das duas técnicas de ponderação. A partir da comparação entre as volatilidades ocorridas, será verificado se o uso da técnica II trouxe algum tipo de vantagem na administração de carteiras de ativos financeiros.

No período de análise composto por 498 dias úteis (3/jun/96 a 30/abr/98) ocorreram 23 recomposições da carteira, ou seja, houveram 46 diferentes composições de carteiras (2 carteiras por subperíodo: tipo I e II) que tornaram possíveis as análises das diversas variáveis desejadas.

A verificação do resultado desta análise será realizada através de um teste de significância para variâncias ao nível de significância de 10% (α), onde assume-se que:

$$H_0: s_{II}^2 = s_I^2$$

$$H_1: s_{II}^2 < s_I^2$$

onde,

s_{II}^2 é o variância da carteira elaborada pela técnica tipo II;

s_I^2 é o variância da carteira elaborada pela técnica tipo I.

Portanto, através de volatilidades comparadas serão testados os resultados nos 23 subperíodos, além da análise do período.

Por fim é realizada a análise do resultado total da carteira no período, ou seja, será comparado o resultado de ambas técnicas de administração de carteiras através da apuração do resultado de risco e retorno obtidos. Através da composição de um índice de valor 1.000 na data de 03/jun/96, é possível verificar ao longo do tempo a performance das carteiras recompostas mensalmente através de um índice que mede o prêmio ganho pela exposição ao risco, que pode ser definido por:

$$(5) \quad q_i = \frac{r_{i,t}^T - r_{f,t}}{s_{i,t}}$$

onde,

q_i é o índice de prêmio pelo risco através da técnica i ;

$r_{i,t}^T$ é o retorno do período T (23 meses) da técnica i com base de cálculo t ;

$r_{f,t}$ é o retorno da taxa livre de risco com base de cálculo t ;

$s_{i,t}$ é a volatilidade da carteira administrada pela técnica i com base de cálculo t .

Análise dos Resultados

Ao se estimar os parâmetros para a construção das carteiras eficientes, pode-se perceber a diferença entre as duas técnicas adotadas através da Figura 3, onde é possível se verificar o comportamento do parâmetro volatilidade da ação TELEBRAS. No ponto A, percebe-se que após uma sequência de quedas bastante acentuadas, a volatilidade medida através da técnica tipo II se elevou de forma mais acelerada, captando a maior volatilidade do cenário presente. Porém a volatilidade estimada através da média móvel cresceu de forma lenta, não captando portanto a alta volatilidade presente no momento. No ponto B pode se perceber o efeito oposto, onde após um período de turbulência, as oscilações do preço da ação diminuíram. Através da ponderação exponencial, a volatilidade estimada diminuiu rapidamente,

ajustando-se ao novo ambiente, porém a estimação através da média móvel só caiu após a saída das oscilações do final de outubro da base de cálculo. No ponto C também é possível se verificar um efeito semelhante, onde a volatilidade estimada através da técnica I demora a decrescer devido à presença de um período de maior turbulência contida no período de análise, atingindo o patamar de 1,5% praticamente três meses depois de atingido pela técnica do tipo II.

Já na Figura 4, é possível se verificar a diferença de resultados das duas técnicas no cálculo das correlações entre ativos. Neste caso é apresentada a correlação entre os retornos das ações TELEBRAS e CEMIG. É possível de perceber uma oscilação mais ampla dos dados obtidos através da técnica do tipo II, pois observa-se ao longo do período valores entre -0,15 e +0,90. Já a técnica tipo I obteve valores entre +0,25 e +0,85. No ponto A da Figura 4, pode-se perceber que a correlação entre os dois ativos estava decrescendo no período, porém a técnica de média móvel não captou esta tendência de forma eficiente. Novamente pode-se perceber a maior rapidez de ajuste dos estimadores ao cenário presente através da técnica tipo II.

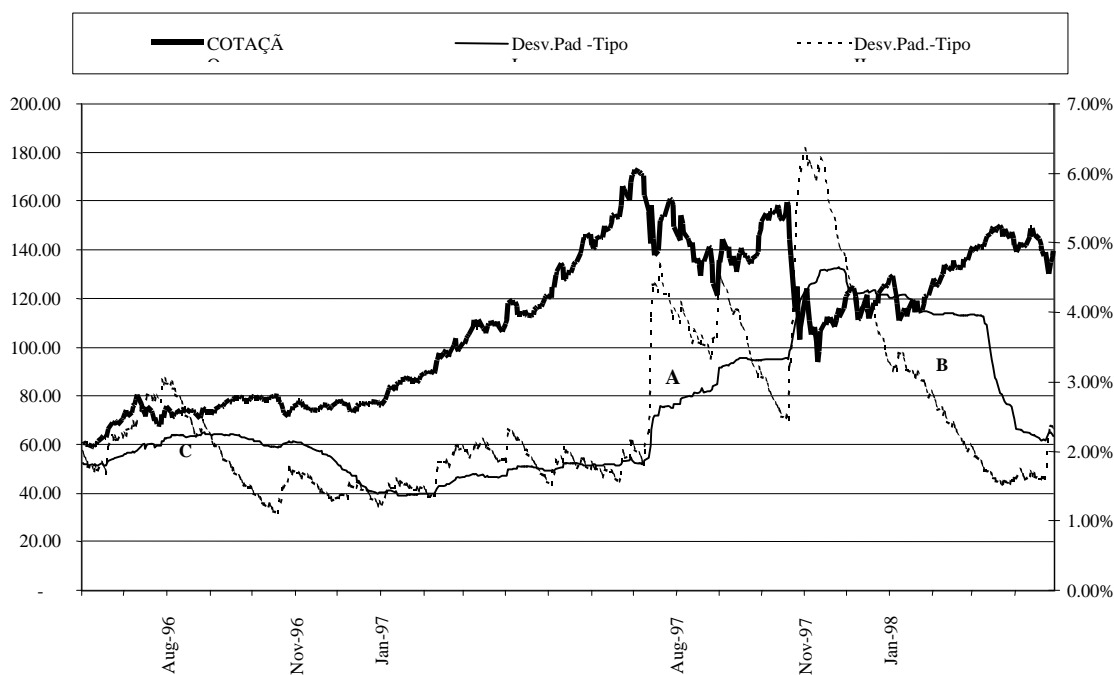


Figura 3 - Diferença entre as Técnicas do Tipo I e II no Cálculo da Volatilidade da Ação TELEBRAS

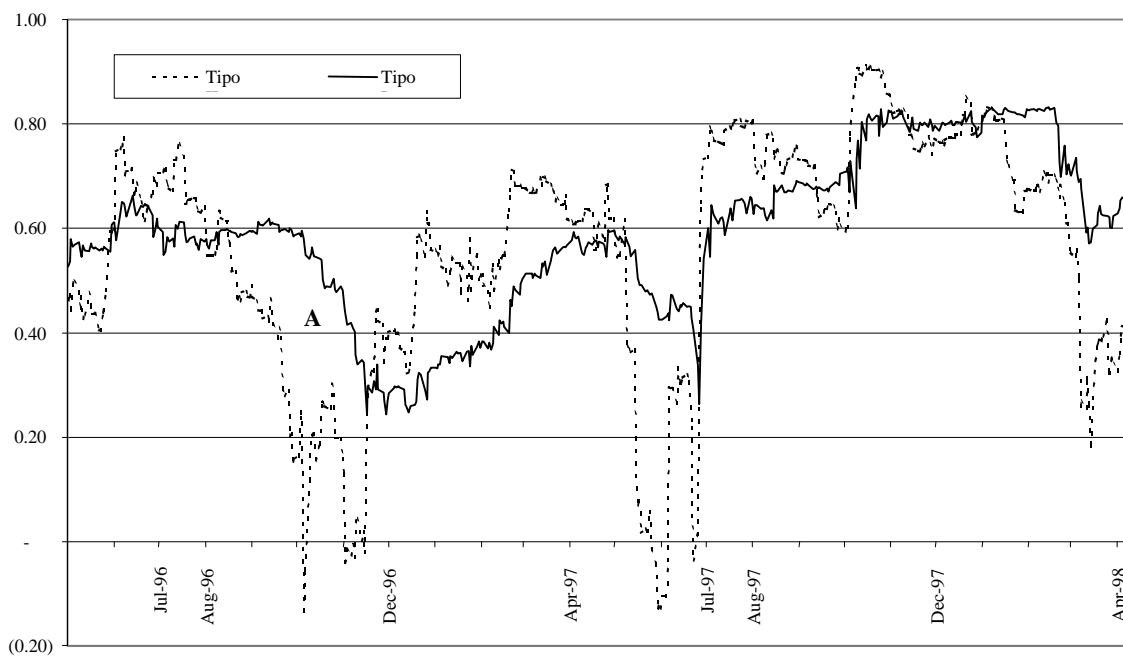


Figura 4 - Diferença entre as Técnicas do Tipo I e II no Cálculo da Correlação entre Retornos da TELEBRAS e CEMIG

A verificação realizada através do teste de significância para variância pode ser observado na Tabela 1. Para cada subperíodo é mostrado cinco dados referentes ao estudo, onde as duas primeiras colunas mostram as volatilidades *ex ante* e *ex post* obtidas através da técnicas do tipo I. As duas colunas seguintes apresentam as volatilidades, de forma análoga, porém obtida através da técnica tipo II. Por fim, a última coluna apresenta os resultados obtidos no teste de significância para as variâncias das carteiras, onde (*) representa a não rejeição da hipóteses nula e (***) indica a rejeição da hipóteses nula ($S^2_{II} < S^2_I$).

Como pode ser visto através da análise *ex post* das variâncias, ao nível de significância de 10%, apenas as carteiras elaboradas nos subperíodos de novembro de 1996, dezembro de 1996 e março de 1998 apresentaram uma variância menor através do uso da técnica tipo II. Em diversos períodos, esta técnica apresentou uma volatilidade menor, como o período entre março e maio de 1997, porém sem significância estatística ($\alpha = 10\%$). Na análise do período (composto pelos 23 meses), a variância através da ponderação exponencial se mostrou inferior porém sem significância estatística.

Data	Tipo I		Tipo II		Teste
	Ex Ante	Ex Post	Ex Ante	Ex Post	
Jun-96	1.62%	1.77%	1.25%	1.68%	*
Jul-96	1.59%	1.95%	1.50%	1.84%	*
Aug-96	1.39%	1.25%	1.62%	1.29%	*
Sep-96	1.40%	0.77%	1.29%	0.77%	*

Oct-96	1.37%	0.84%	0.85%	0.73%	*
Nov-96	1.25%	0.71%	0.69%	0.56%	***
Dec-96	0.93%	1.30%	0.55%	0.92%	***
Jan-97	0.79%	1.92%	0.64%	1.92%	*
Feb-97	1.09%	1.99%	1.42%	2.20%	*
Mar-97	1.35%	1.52%	1.69%	1.51%	*
Apr-97	1.47%	1.08%	1.50%	0.96%	*
May-97	1.47%	1.30%	1.13%	1.26%	*
Jun-97	1.37%	1.39%	1.06%	1.46%	*
Jul-97	1.27%	4.05%	1.26%	4.14%	*
Aug-97	2.16%	2.69%	3.43%	2.63%	*
Sep-97	2.48%	3.18%	3.27%	3.23%	*
Oct-97	2.78%	4.25%	2.64%	4.15%	*
Nov-97	3.47%	5.66%	4.89%	5.57%	*
Dec-97	3.84%	2.60%	4.57%	2.61%	*
Jan-98	3.77%	3.24%	3.07%	3.08%	*
Feb-98	3.66%	1.30%	2.68%	1.30%	*
Mar-98	3.67%	1.46%	1.81%	1.04%	***
Apr-98	2.27%	2.09%	1.29%	1.86%	*
Período	---	2.42%		2.37%	*

Tabela1 - Resultado dos Testes de Hipóteses e das Volatilidades *Ex ante* e *Ex post* para as Técnicas do Tipo I e II

A diferença, D , entre as volatilidades *ex ante* e *ex post*, vide Figura 5, pode ser mensurada através da seguinte expressão:

$$D = \left(\frac{\mathbf{s}_{i,t}^{ExPost}}{\mathbf{s}_{i,t}^{ExAnte}} \right) - 1$$

onde:

D é a diferença entre as volatilidades *ex ante* e *ex post*;

$\mathbf{s}_{i,t}^{ex post}$ é a volatilidade ocorrida no período t da carteira elaborada através da técnica i ;

$\mathbf{s}_{i,t}^{ex ante}$ é a volatilidade esperada no período t da carteira elaborada através da técnica i .

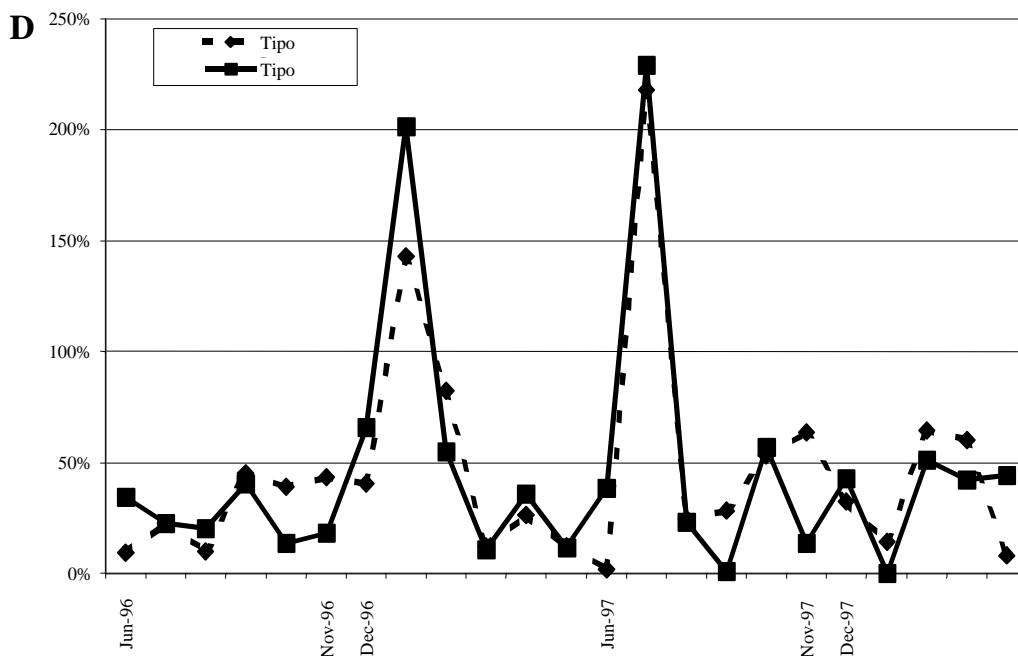


Figura 5 - Diferença entre as Volatilidades *Ex ante* e *Ex post*

Através da análise das correlação entre as volatilidades *ex ante* e *ex post* obtém-se uma correlação de 46% através da técnica do tipo I e 68% através da técnica do tipo II. Estes resultados não são bons o suficiente, pois embora a análise de correlação tenha dada um resultado positivo, percebe-se que em apenas 12 das 23 subperíodos a técnica tipo II apresentou uma diferença (*D*) inferior à técnica do tipo I.

O passo seguinte dentro da análise dos resultados consiste na apuração do resultado das carteiras administradas através de ambas as técnicas ao longo do período. Assumindo-se em 03/jun/96 um índice de valor 1000, e acumulando-se os retornos obtidos com as carteiras, percebe-se uma discrepância na relação retorno/risco entre as duas técnicas. No período, enquanto a carteira administrada através da técnica to tipo I obteve um retorno de 145%, a

carteira administrada através da técnica do tipo II apresentou um retorno de 78%, ou seja, praticamente a metade. Já a queda da volatilidade pôde ser considerada desprezível (0.05% base dia). Esta informação pode ser quantificada através da relação de prêmio acima da taxa livre de risco pelo risco assumido θ , vide equação (5). Assumindo-se a taxa livre de risco como 6% a.a (retorno da caderneta de poupança) tem-se que a técnica do tipo I apresenta q equivalente a 6,8% no período, enquanto que a técnica do tipo 2 apresentou q equivalente a 4,2%, ou seja, a administração através da média móvel resulta em um prêmio 62% maior pelo risco assumido. A evolução do índice ao longo do período pode ser observado na Figura 6.

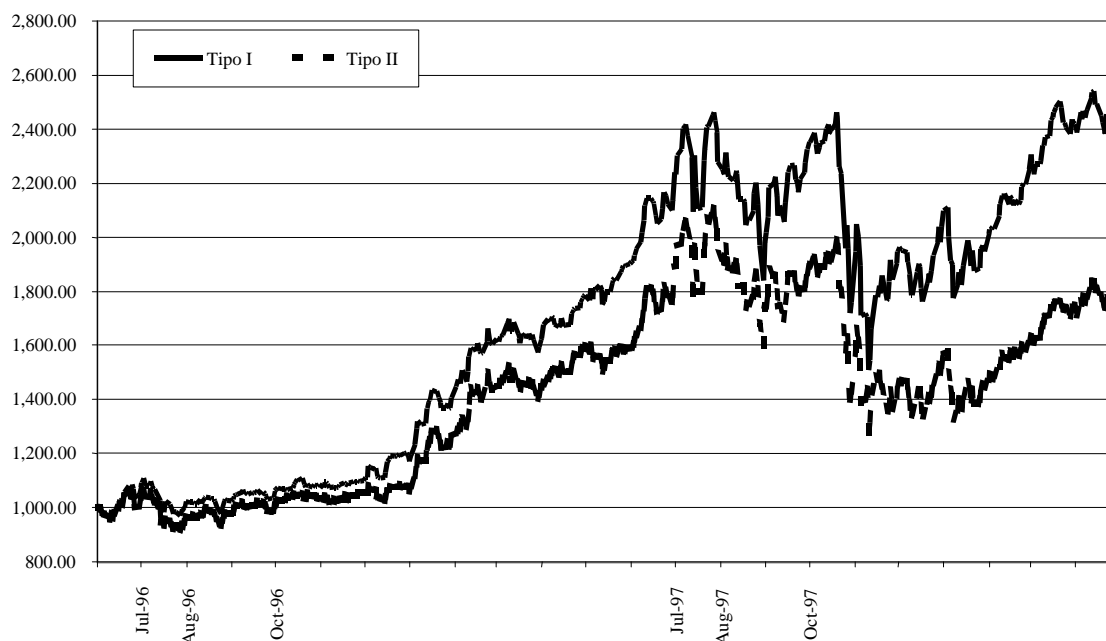


Figura 6 - Evolução do Índice de Retorno de Carteiras Administradas a partir das Técnicas do Tipo I e II

CONCLUSÃO

Este trabalho teve como foco de estudo a análise de carteiras de ativos financeiros administradas através de duas técnicas diferentes, média móvel igualmente ponderada (tipo I) e média móvel ponderada exponencialmente (tipo II), que visavam elaborar composições entre ativos de maneira a minimizar a variância da carteira. As principais conclusões obtidas foram:

1. Através de uma análise qualitativa, percebe-se que a estimação da volatilidade através da técnica tipo II se mostra mais eficiente em captar crescimento e decréscimo da volatilidade presente no mercado acionário.
2. Através de uma análise qualitativa, percebe-se que a estimação da correlação através da técnica tipo II se mostra mais eficiente em captar as mudanças nas tendências do mercado acionário.
3. Através de testes de significância para variâncias, rejeitou-se a hipótese nula de

igualdade das mesmas em apenas 3 dos 23 subperíodos.

4. Através de testes de significância para variâncias, não foi possível rejeitar a hipótese nula de igualdade das mesmas no período (498 d.u.).
5. Não foi possível perceber uma melhora na capacidade preditiva, *ex ante*, das volatilidades das carteiras pela técnica do tipo II.
6. A carteira administrada pela técnica tipo I apresentou um melhor resultado da relação Retorno/Risco no período de análise.

Dessa forma, percebe-se que a princípio a técnica tipo II não obteve sucesso na administração de carteiras de ativos financeiros através do modelo de Markowitz. Porém este trabalho abre espaço para uma série de discussões visando a elaboração de futuros estudos que possibilitem a utilização da capacidade de predição de volatilidade, da técnica tipo II, pela teoria de administração de carteiras.

BIBLIOGRAFIA

- BONDT, W. F. & THALER, R.** - "Does the Stock Market Overreact?", *The Journal of Finance*, vol. XI, N° 3, July 1985, pp.793-808.
- DOUGLAS, E. J.** 1992. *Managerial Economics – Analysis & Strategy*. Simon & Shuster Company, Fourth Edition, Prentice-Hall.
- FONSECA, J. S. , MARTINS, G. A. & TOLEDO, G. L.** – Estatística Aplicada. São Paulo, Atlas, 1985
- HAUGEN, R. A.** *Modern Investment Theory*, 4th Edition, Prentice Hall (1997), 152-280.
- J.P. Morgan/Reuters** – Risk Metrics™- Technical Document, 4th edition, 1996, pp77-101.
- MARKOWITZ, H.**, - "Portfolio Selection", *Journal of Finance*, (March, 1952), pp. 77-91.
- SANVICENTE, A. Z. & Leite, H. P.** – Índice Bovespa: Um Padrão para os Investimentos Brasileiros, Ed. Atlas, 1995, São Paulo.
- SECURATO, J. R.** - Decisões Financeiras em Condições de Risco, 1^a edição, Atlas (1996), pp.191-240.
- SHARPE, W. F. & ALEXANDER, G. J.** - Investments – 4th edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ – , 1990, pp. 140.