UM MODELO PARA DETERMINAÇÃO DO VALOR PRESENTE DE UMA CARTEIRA DE CRÉDITO E DE SEU RISCO

CASO C.D.C. – CRÉDITO DIRETO AO CONSUMIDOR

José Roberto Securato(*)

RESUMO

O artigo procura calcular o Valor Presente Líquido de uma carteira de crédito, estabelecendo uma distribuição de probabilidade para cada parcela a ser recebida. Compara este resultado com o Valor Presente Líquido obtido a partir da estrutura temporal das taxas de mercado do crédito em estudo. Aplica o modelo, para carteiras do tipo crédito direto ao consumidor, adaptando a distribuição de probabilidades para o caso.

(*) Engenheiro, matemático, professor doutor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, Pontifícia Universidade Católica/SP e IBMEC/SP, na área de Finanças e consultor de empresas. E-mail: securato@usp.br

INTRODUÇÃO

São inegáveis as grandes mudanças que têm ocorrido nos mercados financeiros nos últimos anos. Acreditamos que podemos tomar 1971, com a quebra do padrão ouro, pelos Estados Unidos, como uma data de referência para estas transformações. A forte emissão de dólares americanos, criando petro-dólares, teve como contrapartida o crescimento das taxas de juros e da inflação. Com isto, todo um conjunto de preços mundiais tem aumentado sua volatilidade implicando diferentes formas de reações das empresas e dos negócios em geral.

Desde 1971, podemos considerar, o futuro já não é tão igual ao passado. Cada vez mais existem variações bruscas em termos do que ocorre com as economias dos países. A partir do *crash* de 29, podemos considerar o *crash* de 87 e com espaço menor o *crash* de 97, praticamente Global, que vem atingindo nossas economias. Estamos em equilíbrio instável, como diriam os físicos. Os Tigres Asiáticos eram dados como exemplos de padrão de desenvolvimento do 3º Mundo, até pouco tempo, e hoje são mostrados como exemplos de falta de competência de gestão. Estas são as mudanças drásticas do mundo globalizado de hoje.

Dentro deste panorama, as operações de crédito são, com certeza, fonte de grandes preocupações para o sistema financeiro. Os promissores países em desenvolvimento foram agraciados com grandes créditos na década de 70, que quase quebraram os bancos americanos na década de 80. Empresas tradicionais sofreram distúrbios operacionais que em 10 anos as liquidaram com enormes prejuízos para aqueles que deram crédito às mesmas.

Se o crédito é o grande centro de resultados para a maioria dos bancos, ele também é o grande centro de preocupações. Como os bancos trabalham alavancados pela própria natureza de suas operações, e se considerarmos que quatro vezes o patrimônio líquido dos bancos está comprometido com crédito, então bastam que 25% destes créditos não sejam pagos para que o banco tenha que fechar suas portas, visto que seu patrimônio líquido vai a zero.

Esta situação é que faz do crédito o grande problema dos sistemas financeiros em situações de grande volatilidade do mercado.

Assim, o risco de crédito já é e será cada vez mais o grande centro de atenções do mundo financeiro, a ponto de os órgãos reguladores estarem sempre atentos e prontos a tomar medidas sobre esta questão. Não podemos duvidar que o Plano Brady de renegociação de dívidas com os países emergentes foi muito mais uma forma de levantar créditos em liquidação dos bancos americanos, e salvá-los, do que uma ação de ajuda ao Terceiro Mundo. No Brasil, com o advento do Plano Real, e de uma moeda estável, que permitiu aos brasileiros uma melhor organização orçamentária e poder de compra, ampliou consideravelmente o volume das operações de crédito. Muitos bancos ampliaram suas carteiras de crédito e muitos se lançaram na abertura ou compra de financeiras para atuarem na C.D.C.: Crédito Direto ao Consumidor. Ao final de 1995, com o aperto na política monetária do governo, aumento do desemprego e a visível deterioração do crédito, o Banco Central do Brasil permitiu a renegociação dos créditos problemáticos. É o equivalente ao Plano Brady, visto que os bancos retiram estes valores da posição de crédito em liquidação, que corrompem seus patrimônios, e os classificam como operações ativas novamente.

Ainda em fevereiro de 1998, o Banco Central do Brasil estabeleceu resolução que permite às dívidas da agricultura serem renegociadas, por 20 anos, com modelo muito semelhante ao do Plano Brady, em termos de garantias do principal. Como o Banco do Brasil é o principal credor da agricultura brasileira, um grande volume de crédito em liquidação é levantado para operações ativas, restabelecendo o patrimônio do Banco do Brasil.

É importante notar que não estamos criticando as decisões, mas observando que os órgãos reguladores têm obrigação de estarem atentos e apresentarem soluções para estes problemas. O Plano Brady e estas resoluções sobre crédito do Banco Central do Brasil são inteligentes e dentro da relação de manutenção do equilíbrio de mercado.

Os Problemas do Crédito

Podemos considerar a operação de crédito em dois momentos importantes: antes de realizarmos a operação de crédito e no momento seguinte, quando o crédito já foi efetuado.

A **Análise de Crédito** preocupa-se em examinar as condições do candidato ao crédito e do volume de recursos solicitados. As idéias de Weston (1975; p. 536-537) dos chamados C's do crédito é uma das formas mais utilizadas como base para a análise de crédito, somadas às suas variações, são várias as formas adaptadas de análise do crédito. Uma destas formas, por nos criadas e já utilizada em alguns bancos brasileiros, foi o Modelo Matricial de Crédito (1997; p. 178-192) onde considera-se o risco da variação de cenários à que a análise de crédito está sujeita. O próprio modelo de *credit scoring* utilizado para pessoa física tem como base os C's do crédito como pode ser visto em Assaf e Silva (1997; p. 114-117). Na mesma linha de análise das demonstrações financeiras, mas seguindo outro caminho, temos o Modelo de Análise Discriminante de Altman (1968; p. 589-609) que procura estabelecer a possibilidade de uma empresa estar ou não insolvente. Conforme Fama et Alli (1997; p. 382-395) são várias as tentativas de obtenção de novos modelos que "exploram correlações ocultas entre as variáveis preditoras que são então entradas como variáveis explicativas adicionais na função de previsão de falências". Estas abordagens envolvem em geral modelos que se utilizam dos conhecimentos baseados em Teoria do Caos, Árvore Genética, Regressão Logística, Redes Neurais e outros. O uso da inteligência artificial em finanças tem como idéia central desenvolver modelos. Conforme Trippi e Lee (199 ; p. 46), podemos considerar dois tipos de sistemas: os sem auto-aprendizado e os com auto-aprendizado. O primeiro deles necessita de entradas explícitas de regras de decisão e adquirem conhecimento fazendo inferências. No segundo caso, o conhecimento é embutido pelo próprio sistema; como se ele fosse treinável.

Temos portanto vários modelos de análise para a concessão de crédito desenvolvidos, os quais não esgotam o assunto que é estudado sistematicamente objetivando o acesso a melhores informações e modelos para o estabelecimento do crédito.

O segundo momento que envolve o crédito é após a concessão do mesmo, quando os recursos já estão nas mãos do cliente. Ainda me lembro das operações de crédito de que participei, a luta para aprovar o crédito, todo o conjunto de documentos necessários para análise, o Comitê de Crédito e a aprovação do mesmo. Foram momentos de grande ansiedade. Em seguida, a discussão das taxas de juros, a liquidação da operação, a emissão do cheque ou depósito em conta para o cliente, em fim concluída a operação. Em realidade, quando pensei que tudo estava terminado, o presidente do banco me chamou e disse: agora comece a se preocupar, a operação de crédito só termina quando for paga.

Realizada a operação de crédito, ela passa a fazer parte do que podemos denominar de Carteira de Ativos de Crédito. O tratamento a ser dado a este conjunto de ativos de crédito é o da Teoria de Seleção de Carteiras de Markowitz e Sharpe, ou variações do mesmo tema. Podemos considerar Carteiras de Crédito por setores da economia, ou por segmentos de mercado, tais como pessoas físicas e tipos de pessoas jurídicas, ou mesmo por tipos de produtos.

Esta visão de carteira de crédito é fundamentada por Perera (1997; p. 97-115) ao escrever: "A importância do *approach* de carteira tem dois aspectos relevantes: o primeiro considera não somente o risco do próprio ativo, mas o relaciona com o risco geral do *portfólio*, considerando-o numa base agregada; segundo, a correlação da qualidade do crédito também é levada em consideração. Conseqüentemente os benefícios da diversificação e custos da concentração podem ser adequadamente quantificados".

Dentre as várias formas de aplicarmos a Teoria das Carteiras às carteiras de créditos, uma das propostas mais recentes é o ***Credit-Metrics,*** apresentado em 1997, pelo J.P. Morgan, onde o problema central está na metodologia para determinação das probabilidades condicionais de transformação da qualidade de um crédito dado. A partir destas probabilidades, são estabelecidas as correlações entre os créditos e em seguida calcula-se o Valor de Risco da carteira de crédito, ou seja, a perda que se pode ter da carteira de crédito por variações das taxas de mercado.

Assim, a Administração das Carteiras de Crédito deve ser dirigida para a composição conveniente dos ativos de créditos no sentido de minimizar o risco da carteira.

OBJETIVOS E METODOLOGIA DESTE ESTUDO

O principal objetivo deste trabalho é o de avaliar carteiras de crédito na data de hoje, ou seja, a partir do fluxo de caixa de créditos a receber, vamos procurar desenvolver um modelo capaz de definir o Valor Presente desta carteira.

Vamos seguir uma metodologia dedutiva aliada a elementos experimentais, de forma a adequá-los aos dados disponíveis no mercado brasileiro.

Como produto final, apresentaremos um modelo que nos dê o valor médio de uma carteira, na data hoje, e o risco da mesma; o que passamos a desenvolver.

Avaliação de uma Operação de Crédito Comparada a uma Operação Livre de Risco

Em Condições de Equilíbrio do Mercado de Crédito

Caso o banco aplicasse em títulos livres de risco, o valor de resgate, livre de risco, na data T, indicado por FF_T, seria:

$$FF_T = VP_o\,(1+i_F)^T$$

Vamos considerar que o mercado de crédito esteja em equilíbrio perfeito, significando que os bancos estarão cobrando o preço justo pelo risco de crédito.

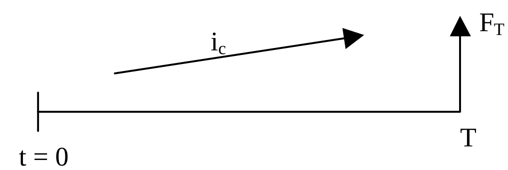
Nestas condições de total equilíbrio do mercado de crédito, acreditamos ser razoável a proposição de que o valor esperado a ser resgatado pela carteira de crédito seja o mesmo que aquele resgatado em títulos livre de risco, caso contrário, estaríamos arbitrando o sistema.

Nestas condições o valor F_T a ser pago na data T é uma variável aleatória tal que $E[F_T] = FF_T$.

Consideramos uma operação de crédito realizada na data t = 0, com vencimento na data t = T e de valor F_T, no vencimento, transacionada a uma taxa de crédito i_c. Vamos supor que o empréstimo é um produto regular do banco, que segue taxas de mercado e que a empresa tomadora dos recursos se enquadra em todas as condições para o crédito.

Desta maneira, o Banco pode realizar operações de crédito a taxa i_c ou aplicar em títulos do governo, que vamos considerar livres de risco de crédito, a taxa i_F.

Nestas condições o fluxo de caixa do crédito seria dado por:



onde o valor presente, disponibilizado ao cliente, é dado por:

$$VP_0 = \frac{F_T}{(1+i_c)^T}$$

A dificuldade que temos na prática é a de estabelecer o tipo de distribuição da variável F_T. Em *Credit-Metrics* (1997; p. 7) no qual o assunto é tratado, mostra-se que esta distribuição não é uma normal.

A Sugestão da Distribuição de *Bernoulli*

De fato, a distribuição normal de probabilidade não representa adequadamente estas operações e dificilmente teremos uma distribuição contínua que se adapte ao fato. Nossa proposta é a de um tratamento bastante simplista, mas muito corriqueiro no linguajar do mercado. São comuns frases do tipo: **acredito que temos 90% de probabilidade de recebermos estes créditos** ou **dos créditos em**

liquidação nossa meta é receber 20% do valor do crédito. Elas procuram dar uma idéia do risco do crédito envolvido por meio de uma probabilidade subjetiva. Mais do que isto, esta forma de estabelecer as condições de risco de crédito nos mostra uma distribuição de probabilidades bastante intuitiva com base nas idéias da Distribuição de *Bernoulli*, onde os eventos analisados são apenas os de sucesso e de fracasso. Seguiremos nesta linha, em uma primeira abordagem, deixando de lado as questões de renegociação, pagamentos parcelados e outras possibilidades que de fato ocorrem com as operações de crédito.

Em nosso caso, segundo a Distribuição de *Bernoulli*, a operação de crédito examinada na data T, teria dois possíveis resultados:

Sucesso: receber o valor F_T
Ou Fracasso: receber o valor zero

de forma que, pelas condições de equilíbrio, teríamos $E[F_T] = FF_T$.

Assim, a Distribuição de Bernoulli equivalente à nossa operação de crédito teria a seguinte forma:

EVENTOS	VALOR RESGATADO	PROBABILIDADE
Sucesso	F_T	p
Fracasso	0	q

onde $E[F_T] = p \times F_T$, com $p + q = 1$

e pelas condições de equilíbrio $E[F_T] = FF_T = VP_o\,(1 + i_F)^T$

logo: $VP_o = (1+i_F)^T = p \times F_{T;}$
como: $F_T = VP_o\,(1+i_c)^T$ teremos,

$$p = \left(\frac{1+i_F}{1+i_c}\right)^T \quad \text{e} \quad q = 1-p$$

Estes resultados são muito interessantes em termos práticos por permitirem facilmente determinar se uma Carteira de Crédito está ou não sendo efetivamente remunerada pelo risco de crédito. Como exemplo consideraremos um conjunto de operações de crédito que vencem na data 182 dias e que foram negociadas a taxas de 5% a.m., mantida no período, e que a taxa livre e risco foi de 1,7% a.m.

Nestas condições teremos:

$$p_o = \left(\frac{1+0{,}017}{1+0{,}05}\right)^{\frac{182}{30}} = 0{,}8239 \quad \text{e} \quad q = 1-p = 0{,}1761$$

significando que R$ 82,39 de cada R$ 100,00 devem ter sido pagos na data T = 182 dias. Caso o valor seja maior, estaremos tendo uma remuneração efetiva pelo risco de crédito, caso contrário não. Se a proporção entre valores recebidos e devidos for igual a 0,8239, toda operação teria sido equivalente a aplicar em ativos livre de risco.

No caso, o valor q = 17,61% é uma forma de representar o risco da carteira no sentido de que estamos perdendo R$ 17,61 para cada R$ 100,00 a receber.

O Efeito do Prazo no Risco das Operações

Consideremos para a operação de crédito, realizada para vencimento na data t = T, que já tenham decorridos *k* períodos de tempo, então o valor da probabilidade de recebimentos será dado por:

$$p_k = \left(\frac{1+i_F}{1+i_c}\right)^{T-k} \; ; \; 0 < k < T$$

onde $p_o < p_k$, significando que quanto mais próximos estamos do vencimento da operação menor seja seu risco.

Com efeito, se considerarmos 5 dias decorridos no exemplo considerado, teremos:

$p_5 = \left(\frac{1+0{,}017}{1+0{,}05}\right)^{\frac{182-5}{30}} = 0{,}08283$; que é maior que o valor p_0 = 0,8239.

Como se observa, o modelo leva em conta o efeito do risco de crédito em função do prazo da operação.

Os Efeitos das Variações das Taxas Livre de Risco e das Taxas das Operações de Crédito

Consideremos, novamente, nossa operação de crédito com vencimento na data t = T e resgate F_T. Mas, agora, além de terem decorridos *k* períodos, tenham variadas as taxas das operações de crédito, do mesmo tipo que a realizada, e também a taxa livre de risco. Neste caso, a probabilidade de sucesso da operação será dada por:

$$p_k = \left(\frac{1+i_{Fk}}{1+i_{ck}}\right)^{t-k}$$

que é a forma geral da probabilidade de sucesso.

Consideremos que no exemplo a taxa livre de risco cresça para 3,5% a.m., como ocorreu recentemente na economia brasileira, e que *k* = 5 dias. Então teremos:

$$p_5 = \left(\frac{1+0{,}035}{1+0{,}05}\right)^{\frac{182-5}{30}} = 0{,}9186$$

obtendo uma probabilidade de pagamento de 91,86%, bem maior que os 82,39% de quando a taxa livre de risco estava a 1,7% a.m.

Este resultado é muito pouco intuitivo mas bastante lógico, pois se o *spread* entre a taxa livre de risco e a taxa do crédito diminui é porque temos menor nível de risco nas operações de crédito; supondo constante a taxa de crédito i_c.

Assim, de uma forma geral, podemos estabelecer que:

$$p_k = (1+s_k)^{t-k}$$

onde $1+s_k = \frac{1+i_{Fk}}{1+i_{ck}}$,

sendo s_k a taxa de *spread* das operações de crédito que vencem a (T – k)dias.

Naturalmente, em nosso exemplo, se a taxa livre de risco tem uma variação de

$$\Delta i_F = \frac{(1+0{,}035)}{(1+0{,}017)} - 1 = 0{,}0177$$

Então, em realidade, também teremos um aumento nas taxas de crédito de forma que $\Delta i_c \geq \Delta i_F$

Se considerarmos $\Delta i_c = 0{,}019$ então i_c = (1+0,05) (1+0,019) – 1 ou seja, i_c = 7% a.m.

Daí teremos $p_k = \left(\frac{1+0{,}035}{1+0{,}07}\right)^{\frac{182-5}{30}}$ = 0,8218

Mostrando que o risco aumenta com o aumento da taxa livre de risco e o correspondente aumento da taxa de crédito, em acréscimos em geral maiores.

Um Procedimento para Avaliação de uma Carteira de Crédito usando as Probabilidades de Sucesso Disponíveis no Mercado

Consideremos que na data de hoje queiramos avaliar uma carteira de crédito de vencimento mensais, conforme o fluxo abaixo:

Vamos admitir, neste contexto que os vencimentos são de créditos independentes e de um mesmo produto de crédito.

Com base na data hoje, examinamos a estrutura temporal, mensal, da taxa livre de risco com base em títulos públicos, e a estrutura temporal, mensal, da taxa de crédito para a operação em estudo.

Obtemos, então, as probabilidades de recebimento destes créditos de acordo com as condições de equilíbrio do mercado. As probabilidades para cada vencimento, com base na data zero, serão dadas por:

$$p_j = \left(\frac{1 + i_{Fj}}{1 + i_{cj}} \right)^j ,$$

onde, j = 1, 2, ..., n : meses

i_{Fj} : taxa livre de risco referente a operações de j meses

i_{cj} : taxa de crédito da operação em estudo para j meses

Considerando os dados históricos da empresa de crédito podemos calcular a freqüência relativa dos recebimentos, nos mesmos períodos, ou seja:

$$p'_j = \frac{Valor\ \mathrm{Re}cebido\ no\ Período\ j}{Valor\ a\ \mathrm{Re}ceber\ no\ Período\ j}$$

A comparação entre p_j e p_j' nos dará uma indicação de como o Banco está em relação a seus créditos, conforme as condições de mercado.

O Valor Presente de uma Carteira nas Condições de Mercado

Cálculo do Valor Presente da Carteira de Crédito nas Condições de Mercado

Consideremos que estamos em uma data zero, observado um crédito de valor F_T, com vencimento na data t = T. Então, se créditos do mesmo tipo estão sendo negociados, hoje, à taxa de crédito i_c, poderíamos considerar a venda de nosso crédito a esta mesma taxa, o que nos permitiria obter o Valor Presente a mercado, na data zero, dado por:

$$\mathrm{VPM_o} = \frac{\mathrm{F_T}}{(1 + \mathrm{i_c})^{\mathrm{T}}}$$

Por outro lado, a alternativa do comprador de nosso título seria a de aplicar em títulos livre de risco de forma que $E[F_T] = FF_T$, onde FF_T é o valor de resgate do título livre de risco como já vimos.

Considerando que F_T tenha uma distribuição de probabilidade de Bernoulli, teríamos:

$$\mathrm{VPM_0} = \frac{\mathrm{E[F_T]}}{(1 + \mathrm{i_F})^{\mathrm{T}}}$$

como $E[F_T] = F_T$ x p, então $\mathrm{VPM_0} = \frac{\mathrm{F_T} \times \mathrm{p}}{(1 + \mathrm{i_F})^{\mathrm{T}}}$

Mas já sabemos que $\mathrm{p} = \frac{(1 + \mathrm{i_F})^{\mathrm{T}}}{(1 + \mathrm{i_c})^{\mathrm{T}}}$

então $\mathrm{VPM_0} = \frac{\mathrm{F_T} \frac{(1 + \mathrm{i_F})^{\mathrm{T}}}{(1 + \mathrm{i_c})^{\mathrm{T}}}}{(1 + \mathrm{i_F})^{\mathrm{T}}} = \frac{\mathrm{F_T}}{(1 + \mathrm{i_c})^{\mathrm{T}}}$;

o que, obviamente, dá o mesmo resultado já calculado.

Podemos então, considerar que, dada uma carteira de créditos, podemos obter o seu valor presente em função de uma estrutura temporal de taxas de crédito, a mercado, dada por:

$$VPM_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1 + i_{cj})^j}$$

onde F_j : valor do crédito a receber na data j

i_{cj} : taxa de crédito referida ao período j.

Com relação ao risco de variação das taxas de crédito de mercado, que mudam o valor do VPM: Valor Presente a Mercado, a cada dia, podemos calculá-lo considerando as taxas i_{cj} como variáveis aleatórias.

A questão é calcular o VPM_1: valor presente líquido do fluxo na data um período, relativo à taxa de juros. Para tanto estabelecemos a taxa diária de cada uma das taxas de mercado i_{cj};

$j = 1, 2, ..., n$.

Como VPM_0 é formado pelos valores presentes de cada um dos fluxos de caixa, teremos:

$$VP_{0j} = \frac{F_j}{(1+i_{cj})^j}$$

sendo que $VPM_0 = \sum_{j=1}^{n} VP_{0j}$.

Assim, na data um período, teremos:

$VF_j = VP_{0j} \text{ x } (1+i_{cj})^1 = VP_{0j} + VP_{0j} \text{ x } i_{cj}$

Como i_{cj} é variável aleatória, então VP_{1j} é aleatória e estamos interessados no valor presente do fluxo na data 1, dado por:

$$VPM_1 = \sum_{j=1}^{n} VF_j = \sum_{j=1}^{n} (VP_{0j} + VP_{oj} \times i_{cj})$$

onde VPM_1, também será aleatória.

Calculando a média e o risco, na forma de desvio-padrão, teremos:

a) Média

$$E[VPM_1] = VPM_{\mu_1} = \sum_{j=1}^{n} VP_{0j} + \sum_{j=1}^{n} VP_{0j} \times i_{c\mu j} = \sum_{j=1}^{n} \left[VP_{0j}(1+i_{c\mu j}) \right]$$

b) Risco

para o cálculo do risco partimos da variância obtendo

$$S^2(VPM_1) = S^2\left(\sum_{j=1}^{n} (VP_{0j} + VP_{0j} \times i_{cj} \right) = \sum_{j=1}^{n} VP_{0j}^2 S^2(i_{cj}) + 2 \sum_{j=1; j>k} VP_{0j} \times VP_{0k} \operatorname{cov}(i_{cj}, i_{ck})$$

Em Securato (1996; p. 61) pode-se ver a demonstração detalhada das equações que também podem ser colocadas na forma de matriz, considerando as correlações entre as taxas de juros, dadas por:

$$r_{jk} = \frac{\operatorname{cov}(i_{cj}, i_{ck})}{S(i_{cj}) \times S(i_{ck})}$$

Assim, obtemos a forma matricial da equação do risco:

RISCO = $S(VPM_1)$ =

$$\left(M \times \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{12} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ r_{1n} & r_{2n} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} \times M^t \right)^{\frac{1}{2}}, com\, r_{jj} = 1,$$

onde, M = [VP_{01} $S(i_{c1})$ VP_{02} $S(i_{c2})$ ....VP_{0n} $S(i_{cn})$] e M^t sua transposta

Se considerarmos que as taxas de crédito para os vários períodos são independentes teremos que $r_{jk} = 0$, para j ≠ k. Caso consideremos que estas taxas são totalmente correlacionadas, para uma carteira de um mesmo tipo de crédito, podemos considerar $\rho_{jk} = 1$.

Valor Presente da Carteira de Crédito nas Condições da Empresa de Crédito

Com base nos dados históricos da Empresa de Crédito, vamos determinar, para o mesmo período de nossa carteira de crédito, as freqüências relativas dadas por:

$$P_j^{'} = \frac{\text{Valor Recebido no período j}}{\text{Valor a receber no período j}}$$

Como o $VPM_0 = \frac{F_T \times \rho}{(1+i_F)^T}$, propomos o cálculo do que chamaremos de Valor Presente da Carteira de Crédito com base nos dados históricos da empresa de crédito, indicado por VPH_0 e definido por:

$$VPH_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j \times p_j^{'}}{(1+i_F)^j}$$

onde F_j : Valor do Crédito a receber na data j

p_j': é a freqüência relativa com que temos recebido os empréstimos com vencimento no período j e que acreditamos que se mantenha no futuro

i_F : taxa livre de risco para o período j

A idéia é a de comparar os elementos de risco, reconhecidos pelo mercado por meio das taxas de crédito, dado pelo VPM_0, com a situação do Banco que dá crédito e suas características próprias de administrar estes créditos, que esperamos captar pelo valor VPH_0.

Assim, podemos considerar $\Delta VP_{MH} = VPH_0 - VPM_0$ como sendo o valor que a carteira de crédito está ganhando, se $\Delta VP_{MH} > 0$, ou perdendo, se $\Delta VP_{MH} < 0$, pelas características de administração do crédito do Banco em questão.

Estudo de Caso

Os dados abaixo pertencem a uma empresa brasileira, de porte médio, de cartão de crédito. O relatório a seguir é típico das informações importantes para o gestor de crédito, apesar de sua simplicidade.

Contas a Receber Demonstrativo por período – em mil R$				
Períodos (dias)	Dezembro 97	Janeiro 98	Fevereiro 98	Março 98
61 a 90	525	471	441	-
31 a 60	646	589	710	-
1 a 30	1744	1870	1945	-
Subtotal Vencido	2915	2930	3096	-
1 a 30	6300	5030	3550	3750
31 a 60	4965	3456	1781	1830
61 a 90	3057	1473	1140	1100
Subtotal a Vencer	14322	9959	6471	6680

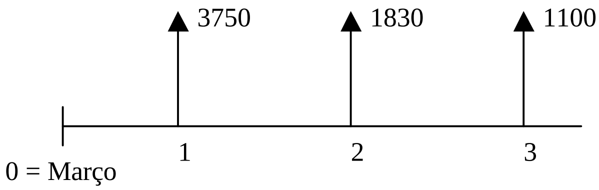
Vamos estabelecer algumas condições simplificadoras, como segue:

i) Vamos considerar os valores com vencimento no final do mês e taxas de crédito mensais. Em condições reais, temos acesso às datas de vencimento de cada título e podemos tratá-los de forma diária.

ii) Os fluxos de caixa são independentes, ou seja, são referentes a créditos distintos. Esta hipótese é simplificadora; em realidade é provável que existam créditos referentes a uma mesma operação com vencimentos sucessivos. Nestas condições temos que trabalhar com probabilidade condicionais do tipo: probabilidade de pagar um vencimento dado que pagou o anterior. Trataremos deste assunto no decorrer do texto.

iii) Vamos considerar que estamos no início de março e que conhecemos a estrutura temporal de taxas para o produto de crédito em questão; o que é uma hipótese razoável para os participantes deste tipo de mercado.

Desta forma, podemos considerar o seguinte fluxo de caixa:



Consideramos que a estrutura das taxas de juros , a mercado, são dadas por:

Mês	1	2	3
i_c	6% a.m.	6% a.m.	6,5% a.m.
i_f	1,6% a.m.	1,5% a.m.	1,3% a.m.

Com estes dados podemos calcular VPM_0 e VPH_0, como segue:

a) cálculo do valor presente do fluxo a taxas de crédito de mercado

É dado pela fórmula seguinte:

$$VPM_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+i_{cj})^j}$$

Daí

$$VPM_0 = \frac{3750}{(1+0{,}06)^1} + \frac{1830}{(1+0{,}06)^2} + \frac{1100}{(1+0{,}065)^3}$$

Ou VPM_0 = 3537,74 +1628,69 + 910,63 = 6077,06

Se desejamos calcular o risco desta carteira para 1 período a que se refere a taxa, no caso 1 mês, devemos calcular as correlações e riscos, desvios, das taxas de crédito.

Vamos considerar os seguintes valores

$S(i_{c1})$ = 0,2% a.m.	$r_{21} = r_{12} = 0{,}98$
$S(i_{c2})$ = 0,2% a.m.	$r_{13} = 0{,}96$
$S(i_{c3})$ = 0,5% a.m.	$r_{23} = 0{,}97$

Então substituindo na equação de risco da carteira teremos:

$$S^2(VPM_1) = [3537{,}74 \times 0{,}002 \quad 1628{,}69 \times 0{,}002 \quad 910{,}63 \times 0{,}005] \begin{bmatrix} 1 & 0{,}98 & 0{,}96 \\ 0{,}98 & 1 & 0{,}97 \\ 0{,}96 & 0{,}97 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3537{,}74 \times 0{,}002 \\ 1628{,}69 \times 0{,}002 \\ 910{,}63 \times 0{,}005 \end{bmatrix}$$

$S^2(VPM_1) = 217{,}21$, ou seja: $S(VPM_1) = 14{,}74$

b) Cálculo do valor presente do fluxo com base nos dado históricos da empresa

A proposta do cálculo do VHP_0: Valor Presente do Fluxo a partir das características próprias da empresa, na data zero, é dada por:

$$VPH_0 = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j \times p_j^{'}}{(1+i_F)^j}$$

Para cálculo dos valores $p_j^{'}$ utilizamos a tabela de contas a receber da empresa de crédito, que podemos interpretá-los por meio da tabela seguinte.

Mês Base	Para 30 dias		Para 60 dias		Para 90 dias	
	Valor a receber ao final de 30 dias	Valor não recebido há 30 dias a partir do vencimento	Valor a receber ao final de 60 dias	Valor não recebido a 60 dias a partir do vencimento	Valor a receber ao final de 90 dias	Valor não recebido há 90 dias a partir do vencimento
Dezembro	6300	1945	4965	710	3050	441
Janeiro	5030	-	3456	-	1781	-
Fevereiro	3550	-	1781	-	1440	-
Março	3750	-	1830	-	-	-

Nestas condições, teremos que:

$$q_1' = \frac{1945}{6300} = 0{,}3087 \,; q_2' = \frac{710}{4965} = 0{,}1430 \,; q_3' = \frac{441}{3050} = 0{,}1446$$

que corresponde a freqüência relativa de não recebimento para os empréstimos vencidos há 30, 60 e 90 dias.

Então a freqüência relativa de recebimentos dos créditos será dada por p = 1 – q, para cada caso, de onde tiramos:

$$p_1^{'} = 69{,}13\%;\ p_2^{'} = 85{,}70\%;\ p_3^{'} = 85{,}54\%$$

O que nos permite calcular VPHo, que é uma estimativa do valor presente da empresa a continuar o seu nível de recebimento na liquidação dos créditos. Assim teremos:

$$VPHo = \frac{3750 \times 0{,}6913}{(1+0{,}016)^1} + \frac{1830 \times 0{,}08570}{(1+0{,}015)^2} + \frac{1100 \times 0{,}08554}{(1+0{,}013)^3}$$

Ou seja VPHo = 4.979,03

c) Cálculo do ganho ou perda do gestor em relação ao Mercado

$$\Delta VP_{MH} = VPMo - VPHo$$

mostrando que as taxas de juros de crédito do produto não estão adequadas ou que a empresa não tem uma boa administração nos recebimentos do crédito ou o perfil do cliente é de maior risco.

Uma pergunta que podemos fazer é sobre as taxas de crédito a serem praticadas para que $\Delta VP_{MH} = 0$. A solução será fazer com

$$\Delta VP_{MH} = 4979{,}03 - 6077{,}06 = -1098{,}03$$

que

$$VPMo = VPHo = 4979{,}03$$

o que corresponde a resolver a equação:

$$4979{,}03 = \frac{3750}{(1+i_c)} + \frac{1830}{(1+i_c)^2} + \frac{1100}{(1+i_c)^3}$$

onde , supondo as taxas iguais para todos os períodos encontramos i_c = 20,85% a.m.

No caso, a diferença de taxas de 6% a.m. para o Mercado e de 20,85% a.m. necessária para a empresa de crédito, é muito grande mostrando que devem estar ocorrendo falhas gerenciais ou de perfil de cliente fora dos padrões para o produto de crédito.

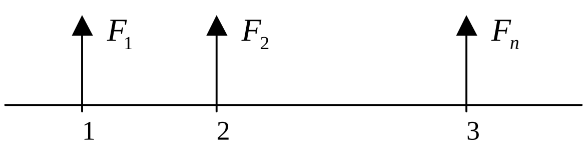
Outra questão é que a taxa de mercado não esteja refletindo o nível do risco de crédito do produto em análise. Esta hipótese é razoável pois na tabela de contas a receber da empresa de crédito, o volume de crédito vem caindo. Isto mostra que a empresa não sabe bem porque as coisas estão acontecendo mas a instituição de seus administradores diminui o volume operado.

Caso do Crédito Direto ao Consumidor – Séries de Pagamentos

As Séries de Pagamentos e a Distribuição de Probabilidades

Consideremos um conjunto de operações de crédito, para clientes distintos, que tem em comum o número de parcelas do crédito a pagar. Vamos considerar que as parcelas não são necessariamente iguais.

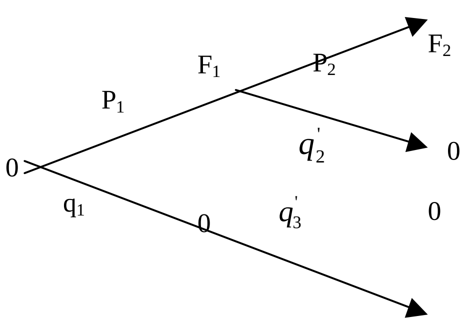
Assim, temos um fluxo a receber da forma:



Podemos considerar, como no caso anterior que F_1 é uma variável aleatória que segue uma distribuição de Bernoulli, dada por:

EVENTO	F Data 1	P(F)
Sucesso	F_1	P_1
Fracasso	0	q_1

Na data 2 teremos o vencimento da parcela F_2 que só será paga se ocorrer o pagamento de F_1, o que pode ser visto em uma árvore de decisão:



Como em vendas parceladas não é possível pagar a parcela F_j, sem pagar a anterior F_{j-1}, podemos considerar $q_2' + q_3' = q_2$ e descrever na forma de uma Distribuição de Bernoulli do tipo:

Evento	F Data 2	P
Sucesso	F_2	p1 x p2
Fracasso	0	q_2

Onde: $P(F_2) = P(F_1) \times P(F_2/F_1) = p_1 \times p_2$

Sendo p_1: probabilidade de pagamento da primeira parcela

p_2: probabilidade de pagamento da segunda parcela, dado que pagou a anterior

Genericamente, para cada data j teremos que tentar estabelecer a probabilidade p_j dada por:

p_j: probabilidade de pagamento da parcela F_j dado que pagou $F_1, F_2, \ldots, F_{j-1}$.

e $E[F_j] = F_j \times p_1 \times p_2 \times \ldots \ldots p_{j-1} \times p_j$.

Nestas condições podemos efetuar os mesmos cálculos anteriores estabelecendo:

a) Valor Presente da Carteira de Crédito de *n* parcelas à Taxa de Crédito a Mercado

$$VPM_{n0} = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+i_{cj})^j}$$

e seu risco na data 1 período $S(VPM_1)$ calculando da mesma forma anterior.

b) Valor Presente da Carteira de Crédito de *n* Parcelas com Base na Distribuição Histórica de Freqüências dos Pagamentos

Como já examinamos, no caso de crédito independente, tínhamos

$$VPM_0 = \sum \frac{F_j}{(1+i_c)^j} = \sum \frac{E[F_j]}{(1+i_F)^j}$$

e que para o cálculo de VPH_o substituíamos as probabilidades p_j pelas freqüências relativas p_j'.

No caso p_j' é dada por:

$$p_j' = \frac{\text{valor recebido da } j-\text{ésima parcela dentre os créditos já recebidos até a } (j-1)\text{ésima parcela}}{\text{valor a receber da } j-\text{ésima parcela dentre os créditos já recebidos até a } (j-1)\text{ésima parcela}}$$

e $E[F_j] = F_j \times p_1' \times p_2' \times \ldots \ldots p_{j-1}' \times p_j'$;

então, podemos definir o Valor Presente Líquido, com base nas freqüências históricas, para créditos com *n* parcelas, por:

$$VPH_o = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j \times \prod_{k=1}^{j} \times p_k'}{(1+i_{Fj})^j}$$

O Caso do C.D.C.: Crédito Direto ao Consumidor, ou Equivalentes

Neste caso é como se tivéssemos, a cada data, hoje, uma série de carteiras de crédito a vencer. Credita-se com uma parcela, com duas, e assim sucessivamente. Para calcularmos o Valor Presente da carteira a mercado, indicado por $VPMC_o$, ou a partir das distribuições de freqüências, indicado por $VPHC_o$, bastaría somar os valores presentes obtidos para cada uma das carteiras com o mesmo número de parcelas.

Determinação do Risco da Carteira de C.D.C.

Consideremos uma carteira de CDC que examinada a partir da data hoje tenha um conjunto de vencimentos para 1, 2, ..., *n* períodos. Então tomando as sub-carteiras por períodos teremos:

$$VPM_{1_o} = \sum_{j=1}^{1} \frac{F_j}{(1+i_{cj})^j}$$

$$VPM_{2_0} = \sum_{j=1}^{2} \frac{F_j}{(1+i_{cj})^j}$$

$$VPM_{n_0} = \sum_{j=1}^{n} \frac{F_j}{(1+i_{cj})^j}$$

onde i_{cj}: j= 1, 2, ...k nos dá a estrutura temporal de taxas do tipo de crédito examinado, a mercado.

Assim, o Valor Presente da Carteira será dado por:

$$VPMC_0 = \sum_{k=0}^{n} VPM_{k_0}$$

e seu valor na data 1 período a partir de hoje será:

$$VPMC_1 = \sum_{k=0}^{n} VPM_{k_0}(1+i_{ck})$$

Como i_{ck} é variável aleatória podemos calcular a média e o risco da carteira que serão dados por:

a) Média

$$E[VPMC_1] = VPMC_{n1} = \sum_{k=0}^{n} VPM_{k0}(1+E[i_{ck}])$$

b) Risco

Calculado a partir da variância será dado por:

$$S^2(VPMC_1) = \sum_{k=0}^{n} VPM^2_{k0} \times S^2(i_{ck}) + 2\sum_{k=1;j>k}^{n} VPM_{k0}\ VPM_{j_0}\ cov(i_{ck}, i_{cj})$$

Este resultado pode ser reduzido à forma matricial como já foi feito anteriormente neste texto.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho desenvolvido é uma forma de tentarmos estabelecer modelos para avaliação de carteiras de crédito. Estabelecemos com base nas taxas de crédito de mercado uma espécie de VAR: *Value at Risk* do mercado de crédito que para sua determinação nos fornece dois importantes resultados: o valor da carteira na data de hoje e o VAR propriamente dito, que é a variação do valor da carteira para 1 período de tempo, com base na unidade da taxa que estamos trabalhando.

Em seguida, admitimos uma Distribuição de Bernoulli para representar o que pode ocorrer no vencimento do crédito e por meio de dados históricos, determinamos a freqüência de pagamentos para cada data. Esta questão é que nos parece a mais interessante do texto. Não estamos afirmando que os resgates do crédito sigam uma Distribuição de Bernoulli, assim, estes estudos podem ser completados, considerando outras diferentes distribuições de probabilidades.

Por outro lado, nos parece que a idéia da Distribuição de Bernoulli é bastante fácil de ser aceita, chegando a ser intuitiva, e pode ser a base de um tipo de raciocínio. Outra questão é que, talvez, jamais consigamos determinar a verdadeira distribuição dos recebimentos de parcelas de crédito e esta proposta, embora não apresentando a verdadeira distribuição, possa servir como parâmetro de comparação. Ela pode ser considerada como uma medida para a determinação da qualidade de uma gestão de crédito.

Este estudo será ampliado em um estudo de caso de uma grande empresa de cartão de crédito, onde serão aplicados os modelos de multi-pagamentos, com o objetivo de captar os efeitos das taxas de crédito do mercado e do gerenciamento dos recebimentos de crédito.

BIBLIOGRAFIA

WESTON, J.F. e **BRIGAHAM**, E.F. *Management Finance*; New York, Rinhart and Winston, 1975

SECURATO, J.R. "Modelo Matricial de Crédito"; *Anais 2º SEMEAD* do Departamento de Administração da FEA/USP. São Paulo, 1997 p. 178-192

ASSAF NETO, Alexandre e SILVA, C.A. Tibúrcio. *Administração do capital de Giro*. São Paulo, Atlas, 1997, p. 114-117.

ALTMAN, E.I.. "Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bakruptcy". *Journal of Finance*, Sep. 1968, p. 589-609.

FAMA, Rubens; **FUENTES**, Junio; BRUNI, A.Leal. "Risco de Crédito:Evolução Teórica e Mecanismos de Proteção Desenvolvidos nos Últimos Vinte Anos". São Paulo, *Anais do 2º SEMEAD* do Departamento de Administração da FEA/USP. 1997, p. 382-395.

PERERA, L.C.Jacob. "Administrando o risco de crédito com o Credit-Metrics". *Anais do 2º SEMEAD* do Departamento de Administração da FEA/USP. São Paulo, 1997, p.97-115.

GUPTON, Greg M.; **FINGER**, Chirstopher C.; BHATIA, Mickey. "Credit-Metrics". New York, J.P.Morgan, 1997.

TRIPRI, Robert R.; **LEE**, Jae K.. "Artificial Intelligence in Finance and Investing". Chicago, Irwin, 1996, 2º Ed.