

ÍNDICE M^2 DE F.MODIGLIANI E L.MODIGLIANI PARA AVALIAÇÃO DA *PERFORMANCE* DE FUNDOS O ÍNDICE DE MM - MODIGLIANI MODIFICADO

José Roberto Securato^(*)

RESUMO

O texto trata de índice criado por Franco Modigliani e Leah Modigliani que procura estabelecer as características de risco de um fundo de uma forma simples, para o entendimento do investidor, e de acordo com a Moderna Teoria de Finanças. Seguindo indicações de Modigliani, tratamos da elaboração de um novo índice que denominamos MM, Modigliani Modificado. Finalmente aplicamos os conceitos a 68 fundos Carteira Livre, do mercado brasileiro, e apresentamos a classificação desses fundos, segundo o índice M^2 e MM.

^(*) Engenheiro, matemático, professor doutor da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, Pontifícia Universidade Católica/SP e IBMEC/SP, na área de Finanças e consultor de empresas. E-mail: securato@usp.br.

INTRODUÇÃO

Em recente artigo escrito por Franco Modigliani e Leah Modigliani (1997; p.46), eles relatam que em março de 1995 a SEC (*Securities and Exchange Commission*) americana, equivalente a CVM (Comissão de Valores Mobiliários), no Brasil, solicitou sugestões sobre como os fundos mútuos poderiam mostrar, aos investidores, o nível de risco a que estão sujeitos em suas aplicações.

Com o crescimento da indústria de fundos no Brasil é evidente que esta também deve ser a preocupação em relação aos investidores brasileiros.

É preciso deixar claro ao investidor brasileiro que existem risco, no sentido de perdas reais, nas aplicações de seus recursos. É importante notar que estes riscos estão nos investimentos nos mercados imobiliário, de artes, no mercado financeiro e em todos os outros.

Para que esta idéia de risco seja bem captada é que devemos ter formas simples; de fácil entendimento para o investidor. Esta é a proposta dos Modigliani ao apresentarem o índice M^2 , assim chamado pelo mercado americano conforme texto editado pelo *Morgan Stanley Dean Witter* (1998; p.8), aplicado a fundos mútuos de investimentos, mas que pode ser estendido a qualquer tipo de carteira.

Para obtermos o **Índice M^2** construímos uma carteira formada pelo *portfólio* em análise e o ativo livre de risco, em composições tais que esta

nova carteira tenha o risco de mercado. O índice M^2 é obtido pela diferença entre o retorno desta carteira, de risco equivalente ao mercado, e o retorno do mercado.

Conforme F. e L. Modigliani (1997: p. 46) "Esta diferença nos informa quanto, em termos de taxa, o *portfólio* está sobre-performado, se a diferença é positiva, ou sub-performado, se a diferença é negativa, em relação ao mercado".

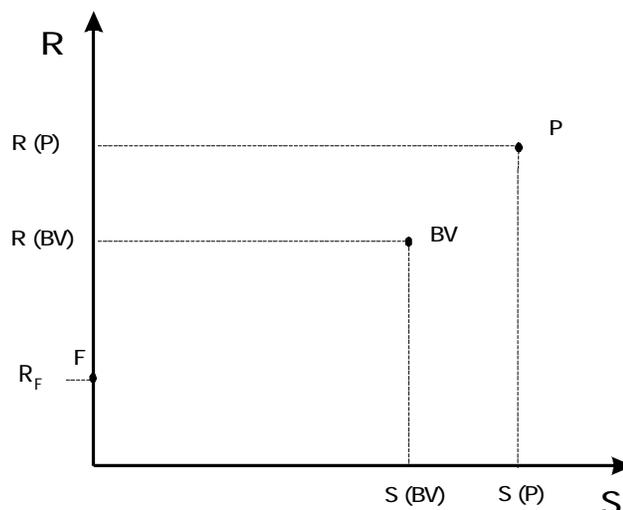
Em síntese, o Índice M^2 procura informar ao investidor se ele está obtendo retornos maiores ou menores em relação ao risco que está correndo. Por outro ponto de vista, o índice M^2 também estará medindo a *performance* do gestor do *portfólio* em relação ao binômio risco-retorno da carteira em análise.

O Índice- M^2

Para que possamos entender o Índice M^2 consideremos como nosso *portfólio* um fundo carteira livre com retorno médio $R(P)$ e risco $S(P)$, dado pelo desvio padrão da série de retornos.

Consideremos como mercado, o índice da Bolsa de Valores com o retorno médio $R(BV)$ e risco $S(BV)$ e indiquemos por R_F a taxa livre de risco.

O gráfico seguinte nos mostra a posição relativa dos retornos e riscos:



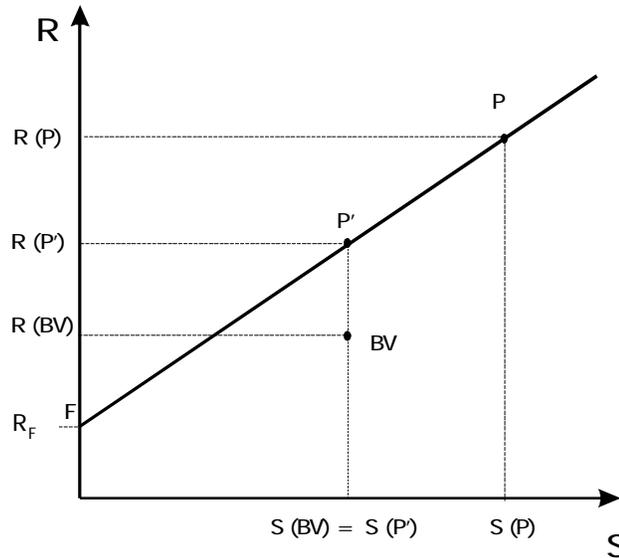
onde, no gráfico risco-retorno, os pontos representam:

$P = [S(P); R(P)]$: o *portfólio*

$BV = [S(BV); R(BV)]$: o mercado, representado pelo Índice da Bolsa de Valores

$F = [0; R_F]$: ativo livre de risco

Na reta FP teremos todas as carteiras formadas pela composição do *portfólio* P com o ativo livre de risco F . Podemos então procurar a carteira $P' = \{w^*F; (1-w^*)P\}$, ou seja, composta na proporção w^* do ativo F e $(1-w^*)$ de P , de forma que o risco de P' seja equivalente ao risco do mercado, conforme o gráfico seguinte:



Nestas condições, o índice de Modigliani é dado por:

$$M^2 = R(P') - R(BV)$$

Conforme F. e L. Modigliani (1997; p. 46) o índice proposto "está em concordância com a moderna teoria de finanças e ainda é de fácil entendimento para o investidor", o que demonstra a elegância do raciocínio apresentado.

Cálculo do Índice M^2

Para o cálculo do Índice M^2 , devemos determinar a composição do *portfólio* P' , a partir das equações do retorno médio e desvio de P' , dados por:

$$R(P') = wR_F + (1-w)R(P)$$

$$S^2(P') = S^2[wR_F + (1-w)R(P)]$$

ou seja,

$$R(P') = wR_F + (1-w)R(P)$$

$$S(P') = (1-w)S(P)$$

Impondo a condição $S(P') = S(BV)$ e substituindo na equação dos desvios, obtemos a composição $[w^*; (1-w^*)]$ da carteira procurada, como segue:

$$S(BV) = (1-w^*)S(P)$$

Então
$$(1-w^*) = \frac{S(BV)}{S(P)}$$

e
$$w^* = 1 - \frac{S(BV)}{S(P)}$$

Substituindo na equação e $R(P')$ podemos calculá-lo:

$$R(P') = \left(1 - \frac{S(BV)}{S(P)}\right) R_F + \frac{S(BV)}{S(P)} \cdot R(P)$$

ou que

$$R(P') = \frac{S(BV)}{S(P)} \cdot (R(P) - R_F) + R_F$$

Daí teremos:

$$M^2 = R(P') - R(BV)$$

então

$$M^2 = \frac{S(BV)}{S(P)} \cdot [R(P) - R_F] + R_F - R(BV)$$

ou

$$M^2 = \frac{S(BV)}{S(P)} [R(P) - R_F] - [R(BV) - R_F]$$

Como o índice de Sharpe é dado por:

$$Sh = \frac{R(P) - R_F}{S(P)}$$

então o Índice M^2 toma a forma final:

$$M^2 = S(BV) \cdot Sh - (R(BV) - R_F)$$

Índice de Sharpe x Índice de Modigliani e Modigliani

O índice de Sharpe é um dos indicadores mais comuns utilizados para a comparação de fundos. Consideremos dois fundos tais que seus índices de Sharpe tenham a seguinte relação: $Sh_1 < Sh_2$. Nestas condições teremos:

$$M_1 = S(BV) \cdot Sh_1 - (R(BV) - R_F)$$

e

$$M_2 = S(BV) \cdot Sh_2 - (R(BV) - R_F)$$

Então

$$M_1 + (R(BV) - R_F) < M_2 + (R(BV) - R_F)$$

ou que $M_1 < M_2$ significando que o *ranking* do Índice de Sharpe e de Modigliani serão iguais.

A vantagem do Índice M^2 é que ele nos indica o ganho, ou perda, em termos de retorno do *portfólio* de risco equivalente ao mercado, enquanto o índice de Sharpe é um número puro, sem unidades.

Índice MM - Modigliani Modificado

Em suas notas finais F. e L. Modigliani (1997; p. 53) chamam atenção para o fato de que as taxas livres de risco R_F podem variar com o tempo, ou seja, que embora sejam livres de risco em termos de liquidez e resgate, visto que se baseiam em títulos do governo, elas apresentam variabilidade em relação ao tempo significando que $S(RF) \neq 0$. Esta observação vai de encontro ao artigo recente de Sharpe (1994) em que, pelos mesmos motivos, propõe que seu índice seja calculado por:

$$S = \frac{E(R_p - R_F)}{S(R_p - R_F)}$$

Nestas condições as equações de risco e retorno para o *portfólio* P' toma a forma seguinte:

$$R(P') = w \cdot R_F + (1 - w) \cdot R(P)$$

e

$$S^2(P) = w^2 \cdot S^2(R_F) + (1-w)^2 \cdot S^2(R(P)) + 2 \cdot w \cdot (1-w) \cdot \text{cov}(R(P), R_F)$$

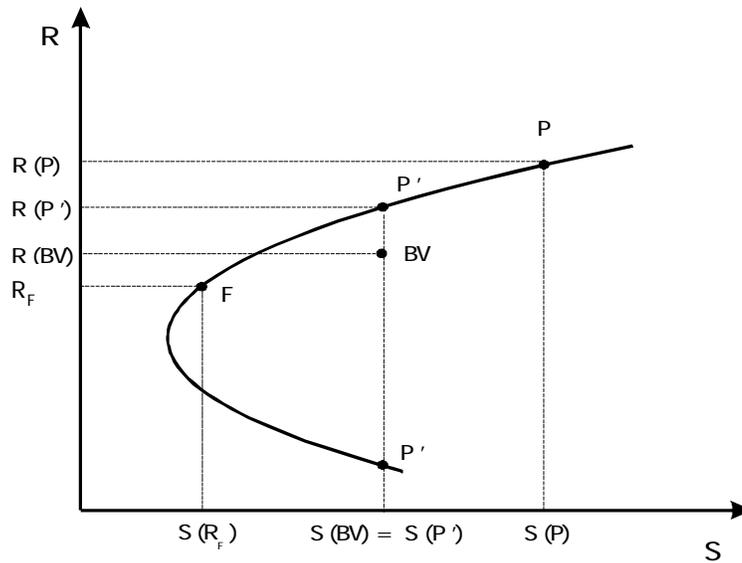
Quando impomos $S(P') = S(BV)$, ou seja, que o desvio de P' seja equivalente ao desvio de

mercado obtemos a equação de 2º grau em w^* , dada por:

$$S^2(BV) = w^{*2} \cdot S^2(R_F) + (1-w^*)^2 \cdot S^2(R(P)) + 2 \cdot w^* \cdot (1-w^*) \cdot \text{cov}(R(P), R_F)$$

É interessante observar que o gráfico risco-retorno da situação problema se transforma

visto que pelos pontos F e P teremos uma hipérbole e não mais uma reta, como a seguir:



Nestas condições, o ponto P' correspondente à carteira formada pelo ativo F e pelo *portfólio* P, que será um ponto desta hipérbole.

Para facilidade de notação, indiquemos:

$$S(R_F) = S_F$$

$$S[R(P)] = S_P$$

$$\text{Cov}[R(P), R_F] = C_{PF}$$

$$S(BV) = S_{BV}$$

obtendo a seguinte equação de 2º grau:

$$(S_F^2 + S_P^2 - 2 \cdot C_{PF}) \cdot w^{*2} + 2(C_{PF} - S_P^2) \cdot w^* + (S_P^2 - S_{BV}^2) = 0$$

Resolvendo teremos:

$$w^* = \frac{-2(C_{PF} - S_P^2) \pm \sqrt{4(C_{PF} - S_P^2)^2 - 4(S_F^2 + S_P^2 - 2 \cdot C_{PF})(S_P^2 - S_{BV}^2)}}{2(S_F^2 + S_P^2 - 2 \cdot C_{PF})}$$

de forma que para obtermos $R(P')$ basta substituir w^* em sua equação, obtendo:

$$R(P') = w^* \cdot R_F + (1 - w^*) \cdot R(P)$$

Como obtemos dois valores para w^* , que indicaremos por w_1^* e w_2^* , então obteremos dois valores para $R'(P')$ dados por:

$$R_1'(P') = w_1^* \cdot R_F + (1 - w_1^*) \cdot R(P)$$

e

$$R_2'(P') = w_2^* \cdot R_F + (1 - w_2^*) \cdot R(P)$$

Para a determinação do Índice MM devemos considerar:

a) quando $R(P) > R_F$

o maior dos retornos dado por:

$$MM = \max[R_1'(P'); R_2'(P')] - R(BV)$$

b) quando $R(P) < R_F$

o menor dos retornos dado por:

$$MM = \min[R_1'(P'); R_2'(P')] - R(BV)$$

O Índice M^2 Aplicado aos Fundos de Carteira Livre do Mercado Financeiro

Para aplicação dos índices estudados consideramos os Fundos Mútuos Carteira Livre disponíveis no mercado brasileiro, com histórico de 30 meses. Como taxa livre de risco consideramos a taxa mensal da caderneta de poupança.

Para o caso do Índice M^2 em que esta taxa é fixa tomamos a média mensal dos últimos 30 meses.

Para representá-la e no caso do Índice MM consideramos a série e seu desvio. Também examinamos o Índice de Sharpe, calculado em seu conceito mais comum.

Foram examinados 68 fundos Carteira Livre e apresentamos os resultados em termos dos Índice M^2 e MM, como segue:

Fundo	Retorno do Fundo (% a.m.)	Risco do Fundo (% a.m.)	Sharpe	MODIGLIANI E MODIGLIANI			MODIGLIANI MODIFICADO		
				Portfólio Equivalente			Portfólio Equivalente		
				M2 (%a.m)	% fundo	% poupança	MM (% a.m)	% fundo	% poupança
Benchmark: Bovespa	3,54%	9,10%			100,00%	0,00%		100,00%	0,00%
Taxa livre de risco:Poupança	1,37%	0,31%			0,00%	100,00%		0,00%	100,00%
Plural	5,75%	9,53%	0,4597	2,01%	95,56%	4,44%	2,01%	95,56%	4,44%
Baneb Ações C. Livre	5,09%	8,48%	0,4384	1,82%	107,39%	-7,39%	1,82%	107,36%	-7,36%
Santos CL	4,47%	7,24%	0,4272	1,72%	125,82%	-25,82%	1,71%	125,68%	-25,68%
Agenda CL	4,18%	7,85%	0,3570	1,08%	115,94%	-15,94%	1,08%	115,87%	-15,87%
Bradesco CL Fácil	4,15%	8,38%	0,3313	0,85%	108,62%	-8,62%	0,85%	108,65%	-8,65%
Graphus Equity	4,20%	8,92%	0,3172	0,72%	102,05%	-2,05%	0,72%	102,05%	-2,05%
Sudameris CL	4,07%	8,59%	0,3144	0,69%	106,02%	-6,02%	0,69%	106,03%	-6,03%
Sul América Momentum FIQ	3,43%	6,64%	0,3098	0,65%	137,17%	-37,17%	0,65%	137,10%	-37,10%
Carteira Livre PR	3,50%	7,07%	0,2998	0,56%	128,70%	-28,70%	0,56%	128,56%	-28,56%
Unibanco Strategy CL	3,70%	8,28%	0,2808	0,39%	109,93%	-9,93%	0,38%	109,90%	-9,90%
CCF Ações	4,10%	9,73%	0,2802	0,38%	93,54%	6,46%	0,38%	93,57%	6,43%
Ático Ações I	3,07%	6,12%	0,2772	0,35%	148,78%	-48,78%	0,34%	148,00%	-48,00%
Sul América Equilibrium FIQ	3,28%	7,10%	0,2690	0,28%	128,17%	-28,17%	0,28%	128,07%	-28,07%
HSBC Bamerindus Ações Over	3,71%	8,86%	0,2642	0,23%	102,76%	-2,76%	0,23%	102,74%	-2,74%
Opportunity I CL	3,67%	9,02%	0,2540	0,14%	100,93%	-0,93%	0,14%	100,93%	-0,93%
Síntese CL	3,28%	7,57%	0,2522	0,12%	120,27%	-20,27%	0,12%	120,24%	-20,24%
Latinvest Ações	3,51%	8,55%	0,2495	0,10%	106,46%	-6,46%	0,10%	106,43%	-6,43%
Tendência CL	3,43%	8,36%	0,2460	0,07%	108,95%	-8,95%	0,07%	109,01%	-9,01%
Porto Seguro FMIA CL	2,96%	6,53%	0,2431	0,04%	139,31%	-39,31%	0,04%	139,29%	-39,29%
Opportunity Lógica CL	4,06%	11,04%	0,2430	0,04%	82,46%	17,54%	0,04%	82,48%	17,52%
Fonte Cindam Quality	3,32%	8,11%	0,2404	0,02%	112,24%	-12,24%	0,02%	112,25%	-12,25%
Hedging Griffio FCL II	3,53%	9,09%	0,2375	-0,01%	100,10%	-0,10%	-0,01%	100,10%	-0,10%
BMG CL Hedge	3,28%	8,09%	0,2351	-0,03%	112,56%	-12,56%	-0,03%	112,53%	-12,53%
BCN Super Ação	3,58%	9,70%	0,2270	-0,10%	93,86%	6,14%	-0,10%	93,88%	6,12%
Vértice CL	5,61%	18,93%	0,2240	-0,13%	48,09%	51,91%	-0,13%	48,08%	51,92%

Fundo	Retorno do Fundo (% a.m.)	Risco do Fundo (% a.m.)	Sharpe	MODIGLIANI E MODIGLIANI			MODIGLIANI MODIFICADO		
				Portfólio Equivalente			Portfólio Equivalente		
				M2 (% a.m)	% fundo	% poupança	MM (% a.m)	% fundo	% poupança
Benchmark: Bovespa	3,54%	9,10%			100,00%	0,00%		100,00%	0,00%
Taxa livre de risco:Poupança	1,37%	0,31%			0,00%	100,00%		0,00%	100,00%
BFB Marche	3,33%	8,79%	0,2230	-0,14%	103,62%	-3,62%	-0,14%	103,61%	-3,61%
Boston CL	3,25%	8,58%	0,2188	-0,18%	106,11%	-6,11%	-0,18%	106,10%	-6,10%
BBM CL High Yield	3,57%	10,20%	0,2152	-0,21%	89,28%	10,72%	-0,21%	89,23%	10,77%
Real Special	3,10%	8,09%	0,2138	-0,22%	112,51%	-12,51%	-0,22%	112,49%	-12,49%
Patente CL	3,22%	8,72%	0,2119	-0,24%	104,34%	-4,34%	-0,24%	104,32%	-4,32%
Bradesco CL	3,21%	8,69%	0,2117	-0,24%	104,71%	-4,71%	-0,24%	104,70%	-4,70%
Plural Ibovespa	3,23%	9,16%	0,2021	-0,33%	99,38%	0,62%	-0,33%	99,38%	0,62%
Patrimônio MIA CL	2,84%	7,24%	0,2018	-0,33%	125,67%	-25,67%	-0,34%	125,46%	-25,46%
Scorpius FI Santa Fé	3,19%	9,41%	0,1929	-0,41%	96,79%	3,21%	-0,41%	96,78%	3,22%
BB Ações Índice	3,02%	8,73%	0,1888	-0,45%	104,31%	-4,31%	-0,45%	104,30%	-4,30%
BFB Privat	2,92%	8,30%	0,1859	-0,48%	109,71%	-9,71%	-0,48%	109,67%	-9,67%
Boston CL F. Prog.	3,34%	10,84%	0,1809	-0,52%	83,99%	16,01%	-0,52%	83,99%	16,01%
Citizações Livre FIQFMIA	3,18%	10,07%	0,1795	-0,54%	90,43%	9,57%	-0,54%	90,45%	9,55%
Meridional	2,77%	7,96%	0,1748	-0,58%	114,36%	-14,36%	-0,58%	114,37%	-14,37%
City II	2,44%	6,11%	0,1744	-0,58%	149,10%	-49,10%	-0,58%	149,40%	-49,40%
BVA	3,02%	9,50%	0,1734	-0,59%	95,85%	4,15%	-0,59%	95,88%	4,12%
Marka	2,67%	7,55%	0,1715	-0,61%	120,61%	-20,61%	-0,61%	120,34%	-20,34%
Finasa Livre	2,74%	8,04%	0,1697	-0,63%	113,22%	-13,22%	-0,63%	113,20%	-13,20%
Icatu BV	2,74%	8,41%	0,1623	-0,69%	108,19%	-8,19%	-0,69%	108,15%	-8,15%
Votorantim Ações	2,85%	9,26%	0,1597	-0,72%	98,31%	1,69%	-0,72%	98,31%	1,69%
BBC Renda Livre	2,66%	8,28%	0,1553	-0,76%	109,99%	-9,99%	-0,76%	109,98%	-9,98%
Unibanco CL	2,69%	8,57%	0,1536	-0,77%	106,27%	-6,27%	-0,77%	106,25%	-6,25%
Cougar Dynamo	2,47%	7,15%	0,1535	-0,77%	127,26%	-27,26%	-0,78%	127,01%	-27,01%
Itaú CL	2,81%	10,23%	0,1398	-0,90%	88,94%	11,06%	-0,90%	89,02%	10,98%
Privbank BFB Ações Índice	2,59%	9,52%	0,1278	-1,01%	95,60%	4,40%	-1,01%	95,62%	4,38%

Fundo	Retorno do Fundo (% a.m.)	Risco do Fundo (% a.m.)	Sharpe	MODIGLIANI E MODIGLIANI			MODIGLIANI MODIFICADO		
				Portfólio Equivalente			Portfólio Equivalente		
				M2 (% a.m)	% fundo	% poupança	MM (% a.m)	% fundo	% poupança
Benchmark: Bovespa	3,54%	9,10%			100,00%	0,00%		100,00%	0,00%
Taxa livre de risco:Poupança	1,37%	0,31%			0,00%	100,00%		0,00%	100,00%
SLW CL	2,41%	8,16%	0,1273	-1,01%	111,52%	-11,52%	-1,01%	111,48%	-11,48%
Boa Vista CL	2,29%	7,55%	0,1208	-1,07%	120,65%	-20,65%	-1,07%	120,57%	-20,57%
Chase Privatization	2,38%	8,39%	0,1199	-1,08%	108,52%	-8,52%	-1,08%	108,48%	-8,48%
Boreal Ações IV	2,52%	9,69%	0,1187	-1,09%	93,96%	6,04%	-1,09%	93,98%	6,02%
HSBC Bamerindus Índices	2,34%	8,40%	0,1145	-1,13%	108,42%	-8,42%	-1,13%	108,42%	-8,42%
Icatu II	2,23%	7,51%	0,1140	-1,13%	121,16%	-21,16%	-1,13%	121,08%	-21,08%
Deutsche Ações CL	2,29%	8,18%	0,1121	-1,15%	111,24%	-11,24%	-1,15%	111,23%	-11,23%
Tática CL	2,07%	6,30%	0,1110	-1,16%	144,52%	-44,52%	-1,16%	144,21%	-44,21%
Real Ações CL	2,30%	8,43%	0,1094	-1,17%	108,05%	-8,05%	-1,17%	108,04%	-8,04%
Inter A. Express CL	2,22%	7,97%	0,1059	-1,21%	114,27%	-14,27%	-1,21%	114,28%	-14,28%
Interfinance CL	2,20%	8,12%	0,1016	-1,25%	112,06%	-12,06%	-1,25%	112,06%	-12,06%
Bozano Seguridade	2,20%	9,12%	0,0907	-1,34%	99,78%	0,22%	-1,34%	99,78%	0,22%
Banespa FBL	1,92%	6,49%	0,0835	-1,41%	140,20%	-40,20%	-1,41%	140,12%	-40,12%
Liberal CL	2,01%	8,30%	0,0767	-1,47%	109,66%	-9,66%	-1,47%	109,65%	-9,65%
Pactual Andromeda	1,98%	8,23%	0,0738	-1,50%	110,61%	-10,61%	-1,50%	110,54%	-10,54%
Crefisul CL	2,06%	9,73%	0,0701	-1,53%	93,60%	6,40%	-1,53%	93,65%	6,35%
Pactual Andromeda N	1,91%	7,79%	0,0693	-1,54%	116,90%	-16,90%	-1,54%	116,80%	-16,80%
Stock Asset	1,84%	7,37%	0,0631	-1,60%	123,57%	-23,57%	-1,60%	123,20%	-23,20%
Schahin Cury	1,84%	8,41%	0,0554	-1,67%	108,29%	-8,29%	-1,67%	108,26%	-8,26%
Santander Power	1,91%	10,05%	0,0537	-1,68%	90,61%	9,39%	-1,68%	90,67%	9,33%
Santos Neves Ações CL	1,59%	7,22%	0,0299	-1,90%	126,05%	-26,05%	-1,90%	125,91%	-25,91%
Stock Target	1,35%	12,04%	NEG	-2,19%	75,64%	24,36%	-2,15%	-74,65%	174,65%
BESC CL	0,42%	8,97%	NEG	-3,14%	101,50%	-1,50%	-1,21%	-100,52%	200,52%
IP Participações	-1,31%	17,68%	NEG	-3,55%	51,49%	48,51%	-0,79%	-51,52%	151,52%
Fama Challenger	0,14%	7,44%	NEG	-3,68%	122,39%	-22,39%	-0,67%	-121,01%	221,01%
Fama Classic CL	-0,18%	9,09%	NEG	-3,73%	100,11%	-0,11%	-0,63%	-98,80%	198,80%
BIC Ações	-0,42%	8,36%	NEG	-4,12%	108,94%	-8,94%	-0,24%	-107,75%	207,75%
Credilivre	-1,44%	8,12%	NEG	-5,33%	112,15%	-12,15%	0,96%	-111,32%	211,32%

COMENTÁRIOS FINAIS

Como foi observado, o ranking do Índice de Sharpe e Modigliani e Modigliani são iguais, o mesmo ocorrendo com o Índice de Modigliani Modificado, visto que para os para os fundos analisados não se observou valores diferenciados.

No entanto, o Índice de Sharpe perde significado quando seu valor é negativo, o que não ocorre com o índice M2 e MM. Assim, a grande vantagem do Índice dos Modigliani está na interpretação fácil e possível, quaisquer que sejam os resultados dos fundos.

BIBLIOGRAFIA

- SHARPE**, William F. Mutual Fund Performance. *Journal of Business Supplement on Security Prices*, 39, 1996
- SHARPE**, William F. The Sharpe Ratio. *Journal of Portfolio Management*, Fall, 1994
- MODIGLIANI**, Franco; Modigliani, Leah. Risk - Adjusted Performance. *The Journal of Portfolio Management*, Winter 1997, p.45-54.
- MODIGLIANI**, Leah. U.S. Strategy: Top-Performancing Mutual Funds on a Risk-Adjusted Basis. Morgan Stanley Dean Witter.