CONSTRUÇÃO DE CARTEIRAS DE RENDA VARIÁVEL USANDO RENDA FIXA E CONTRATOS FUTUROS DE BOLSA DE VALORES

José Roberto Securato(*)
José Roberto Securato Junior(**)

RESUMO

O artigo trata da construção de uma carteira de investimentos denominada *carteira sintética*, que apesar de não apresentar ações em sua composição, apresenta o mesmo perfil de risco e retorno de uma carteira de ações, com a vantagem de não depender da liquidez do mercado acionário, uma vez que trabalha com contratos de índice Bovespa Futuros, extremamente mais líquidos.

(*) Engenheiro, Matemático, Mestre em Matemática e Doutor em Administração – Finanças pela FEA/USP. Vice-Coordenador e professor da Área de Finanças da FEA/USP, Coordenador do programa de MBA-Finanças da FIA/FEA-USP, Professor da CCMFT/PUC e FEA/PUC. E-mail: securato@usp.br.

(**) Graduando em Engenharia Naval pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, monitor do Laboratório de Finanças da FIA – FEA/USP e formando em Administração Pública na E.A.E.S.P. – FGV. E-mail: secJunior@hotmail.com.

INTRODUÇÃO

Ao estabelecermos um conjunto de ativos com risco para estruturação de uma carteira, sabemos que conforme a composição dos ativos, teremos carteiras com diferentes valores de risco – retorno.

Conforme Markowitz (1959), as equações de retorno e risco de uma carteira, escritas na forma vetorial, são dadas por:

Retorno da Carteira: $$Im_c = [w_1 . w_2 \cdots w_n] . \begin{bmatrix} Im_1 \\ Im_2 \\ \vdots \\ Im_n \end{bmatrix}$$

Risco da Carteira: $$I_{sc}^2 = [w_1 . I_{s1} . w_2 . I_{s2} \cdots w_n . I_{sn}] . \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{12} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ r_{1n} & r_{2n} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} w_1 I_{s1} \\ w_2 I_{s2} \\ \vdots \\ w_n I_{sn} \end{bmatrix}$$

Onde: $I_{\mu j}$: retorno do ativo; j = 1, 2, ...

w_j: composição do ativo j na carteira

I_{sj}: Risco do ativo j

ρ_{jk}: correlação entre os ativos j e k

Quando estamos administrando uma carteira de ativos é comum que, fixados os N ativos da carteira, $N \geq 2$, tenhamos que efetuar vendas e compras destes ativos com a finalidade de adequar a relação risco – retorno fixado como perfil da carteira.

Em certas situações de mercado podem ocorrer falta de liquidez para a compra ou venda de alguns destes ativos e nestas condições não podemos, ou teremos dificuldades, para adequar a composição de nossas carteiras.

Dentro desta questão surge a idéia de procurarmos uma carteira que se comporte segundo um perfil fixo de risco e retorno, como uma carteira de ações, mas que não tenha os problemas específicos de liquidez que eventualmente ocorrem com ações.

Assim, temos a criação do que podemos chamar de uma **carteira sintética,** em termos de risco – retorno, formada de ativos convenientes, de forma que esta carteira sintética comporte-se como uma carteira de ações.

Carteira de Investimento: Renda Fixa – Índice Futuro de Ações

Formação da Carteira

Uma carteira interessante é aquela formada de aplicações em renda fixa e índice futuro de bolsa de valores, onde procura-se conjugar o baixo risco da renda fixa e os possíveis alto retornos da renda variável. Estas carteiras, em termos práticos, devem ter alto grau de dinamismo com a finalidade de minimizar os riscos inerentes aos mercados futuros e aos mercados de ações. Ocorre que, em função da grande liquidez que em geral existe dos mercados de índices futuros da bolsa, podemos atuar na compra ou venda destes contratos futuros, balanceando a carteira em termos de risco e retorno.

No caso brasileiro poderíamos considerar uma carteira onde todos os recursos disponíveis seriam aplicados em um CDB: Certificado de Depósito Bancário, como título de renda fixa, e para obtermos o efeito de renda variável, podemos comprar *N* contratos de Índice Bovespa Futuro; para composição de nossa carteira.

A carteira construída desta forma {CDB; Bovespa Futuro} corresponde à *carteira sintética* de uma carteira de ações, em termos de risco e retorno, embora não tenha em sua composição nenhuma ação.

O Retorno da Carteira Renda Fixa – Bovespa Futuro

Consideramos então, nossa carteira formada de:

- total w_0 de recursos disponíveis aplicados em renda fixa a taxa I_{RF} por um período unitário de tempo;
- BOV_0: indica o Índice Bovespa à vista, na data de aquisição dos contratos futuros;
- $BOV_F{*}$: indica o Índice Bovespa Futuro no seu vencimento;
- BOV_F: indica o Índice Bovespa Futuro, que poderá ser mantido pelo mesmo prazo que o título de renda fixa for mantido.
- *N* : quantidade de contratos de Bovespa Futuro (BOV_F), comprados ou vendidos.

Nestas condições, ao final de um período unitário de tempo, de manutenção de nossa carteira teremos:

- ganho com renda fixa: $G_{RF} = w_0 \times I_{RF}$
- ganho ou perda com contratos futuro da Bovespa: $G_{CF} = N \times VC \times (BOV_F{*} - BOV_F)$; com $N > 0$ para posição comprada e $N < 0$ para posição vendida.

Esta equação nos mostra que quando compramos contratos futuros, por exemplo BOV_F = 10.500 pontos, teremos ganho se a bolsa, na data de vencimento, estiver com seu índice $BOV_F{*} > BOV_F$ = 11.700 – 10.500 = 1.200 pontos. Como temos *N* contratos e VC é o valor em reais de cada contrato, então obtemos o valor a receber na data de vencimento do contrato. Caso $BOV_F{*} - BOV_F < 0$, então teremos prejuízo.

Assumiremos que os recursos serão aplicados em renda fixa, e que os contratos de Índice Bovespa Futuro tem liquidação exclusivamente por diferença, na data de seu vencimento. Em termos práticos, não há dispêndios na aquisição de contratos de Índices Futuros pois estes são liquidados por diferença (cobra-se os prejuízos ou paga-se os lucros). Por simplificação, assumimos que os contratos futuro são liquidados por diferença em seu vencimento, deixando de lado o efeito dos ajustes diários. No entanto, a CVM – Comissão de Valores Mobiliários – exige o depósito de garantias para honrar eventuais prejuízos; e para tanto são aceitos os próprios títulos de renda fixa (CDB), fechando a operação.

Nestas condições, ao final de um período unitário de tempo, teremos o retorno da carteira sendo dado pelo quociente entre o total de ganhos e o valor aplicado w_0, no início do período, ou seja:

Retorno da Carteira: $I_c = \dfrac{G_{RF} + G_{CF}}{w_0}$,

ou $I_c = \dfrac{w_0 . I_{RF} + N.VC.(BOV_F * - BOV_F)}{w_0}$;

que podemos escrever

$$I_c = I_{RF} + \frac{N.VC}{w_0}.(BOV_F * - BOV_F).$$

Como no momento da compra do Índice Futuro BOV_F conhecemos o valor do Índice Bovespa atual, indicado por BOV_0, então :

$I_{BOVF} = I = \dfrac{BOV_F}{BOV_0} - 1$ é a taxa de variação do Índice Bovespa que acreditamos que deva ocorrer no período.

$I_{BOVF} = I^* = \dfrac{BOV_F *}{BOV_0} - 1$ é a taxa de variação do Índice Bovespa que ocorrerá na realidade, no período. Naturalmente, só será conhecida no vencimento do contrato futuro.

A partir das fórmulas do I_{BOVF} e I_{BOVF} * podemos obter:

$$I_{BOVF} * - I_{BOVF} = \frac{BOV_F * - BOV_F}{BOV_0}$$

ou ainda que:

$$I_c = I_{RF} + \frac{N.VC.BOV_0}{w_0}.(I_{BOVF} * - I_{BOVF}).$$

Indicando $w = \dfrac{N.VC.BOV_0}{w_0}$, teremos

$$I_c = I_{RF} + w.I_{BOVF} * - w.I_{BOVF}$$

que é a equação que nos dá o retorno da carteira formada por renda fixa e Bovespa Futuro.

Risco e Retorno da Carteira : Renda Fixa - Bovespa Futuro

Consideramos um título de renda fixa com retorno I_{RF} que fará parte de uma carteira com Índice Bovespa Futuro. Então, o retorno da carteria será dado por:

$$I_c = I_{RF} + w.(I_{BOVF} * - I_{BOVF})$$

como constatamos.

Como I_{RF} e I_{BOVF}* são variáveis aleatórias, devemos estabelecer o retorno médio e o risco da carteira, como segue:

a) Retorno Médio da Carteira

$$I\mu_c = E[I_c] = E[I_{RF} + w.(I_{BOVF} * - I_{BOVF})]$$

ou seja,

$$I\mu_c = I\mu_{RF} + w.(I\mu_{BOVF} * - I\mu_{BOVF})$$

b) Risco da Carteira

$$Is_c^2 = S^2(I_c) = S^2(I_{RF} + w.(I_{BOV} *_F - I_{BOVF}))$$

no qual

$$Is_c^2 = S^2(I_{RF}) + w^2.S^2(I_{BOVF} *) + 2.w.\mathrm{cov}(I_{RF}, I_{BOVF} *)$$

ou

$$Is_c^2 = Is_{RF}^2 + w^2.(Is_{BOVF} *)^2 + 2.w.\mathrm{cov}(I_{RF}, I_{BOVF} *)$$

Exemplo

Consideramos título de renda fixa com $I\mu_{RF}$ = 20% a.a. e Is_{RF}=3% a.a.
e $I\mu_{BOVF}$* = 40% a. a. com Is_{BOV}* = 30% a.a., com I_{BOVF} = 25% a.a. e w_0 = 1.

então: $I\mu c$ = 0,20 + w.(0,40 – 0,25)

e Isc^2 = 0,03 + w^2.0,30^2 + 2.w.cov(I_{RF},I_{BOV}*)

Supondo que cov(I_{RF},I_{BOVF}*) = -0,20

e $w = \dfrac{N \times VC \times 11.000}{1}$

teremos as equações escritas em função do número *N* de contratos.

Carteira Renda Fixa – Bovespa Futuro de Mínimo Risco

Para determinar a carteira de menor risco basta calcular $\frac{\partial Isc}{\partial w}$ e impor a condição de igualdade a zero, como segue:

$$\frac{\partial \mathrm{Isc}}{\partial \mathrm{w}} = \frac{2.\mathrm{w}.\left(\mathrm{Is}_{\mathrm{BOV\,F}}\,*\right)^2 + 2.\mathrm{cov}(\mathrm{I}_{\mathrm{RF}}, \mathrm{I}_{\mathrm{BOV}}\,*)}{2.\sqrt{\mathrm{Is}_{\mathrm{RF}}{}^2 + \mathrm{w}^2 \mathrm{Is}_{\mathrm{BOVF}}\,* + 2.\mathrm{w}.\mathrm{cov}(\mathrm{I}_{\mathrm{RF}}, \mathrm{I}_{\mathrm{BOVF}}\,*)}} = 0$$

ou $\mathrm{w}^2 (\mathrm{Is}_{\mathrm{BOVF}}\,*)^2 + 2.\mathrm{w}.\mathrm{cov}(\mathrm{I}_{\mathrm{RF}}, \mathrm{I}_{\mathrm{BOVF}}\,*) = 0$

daí $\quad \mathrm{w} = -\frac{\mathrm{cov}\left(\mathrm{I}_{\mathrm{RF}}, \mathrm{I}_{\mathrm{BOVF}}\,*\right)}{\left(\mathrm{Is}_{\mathrm{BOV\,F}}\,*\right)^2}$

como $w = \frac{N \times VC \times BOV_0}{w_0}$ e considerando w_0=1,

teremos $\quad \mathrm{N} = -\frac{1}{\mathrm{VC.BOV}_0}.\frac{\mathrm{cov}\left(\mathrm{I}_{\mathrm{RF}}, \mathrm{I}_{\mathrm{BOVF}}\,*\right)}{\left(\mathrm{Is}_{\mathrm{BOVF}}\,*\right)^2} = \frac{1}{\mathrm{VC.BOV}_0}.\frac{\mathrm{Is}_{\mathrm{RF}}.\left(\mathrm{Is}_{\mathrm{BOVF}}\,*\right).\rho_{\mathrm{IRF},\mathrm{IBOVF}}}{\left(\mathrm{Is}_{\mathrm{BOVF}}\,*\right)^2}$

então $\mathrm{N} = -\frac{1}{\mathrm{VC.BOV}_0}.\frac{\mathrm{Is}_{\mathrm{RF}} \times \rho_{\mathrm{IRF},\mathrm{IBOVF}}}{\left(\mathrm{Is}_{\mathrm{BOVF}}\,*\right)}$

É interessante notarmos que se considerarmos a posição da carteira no vencimento do contrato futuro, então I_{BOVF}* representa a própria variação do Índice Bovespa à vista e se este é tomado como retorno do mercado (R_M), teremos:

$$N = -\frac{1}{VC.BOV_0}.\frac{\mathrm{cov}\left(I_{RF}, R_M\right)}{Rs_M{}^2}$$

onde $\frac{\mathrm{cov}\left(I_{RF}, R_M\right)}{Rs_M{}^2}$ corresponde ao β da renda fixa,

portanto $\quad N = -\frac{1}{VC.BOV_0}.b_{RF}$

Considerações Finais

Carteiras sintéticas de investimentos, como vimos, são uma alternativa às carteiras de ações com a vantagem de ter o risco de liquidez minimizado.

O retorno e o risco da carteira sintética são facilmente mensurados e podem ser fixados por meio de um *benchmark* ou, como foi tratado, otimizando a composição da carteira.

BIBLIOGRAFIA

GRIONOLD, Richard C. & **KAHN**, Ronald N. – *Active portfolio managment*. Probus, Chicago, Il, 1995.

DUFFIE, Darrell– *Dynamic asset pricing theory*. Princeton University, Princeton, New Jersey, 1992.

MARKOWITZ, Harry M. – *Portfolio selection*. Basil Blackwell, Cambridge, Massachusetts, 1991.

SECURATO, José R. – *Decisões financeiras em condições de risco*. Atlas, São Paulo, SP, 1996.