

Área Temática: **Finanças**

Título do Trabalho: **Eliminação da tributação adicional pela assunção de risco**

**AUTORES**

**SÉRGIO CIPRIANO DOS SANTOS**

Universidade de São Paulo

sergiocds@uol.com.br

**JOSÉ ROBERTO SECURATO**

Universidade de São Paulo

securato@usp.br

Resumo

Este trabalho apresenta alguns comentários sobre a aplicação de um modelo relacionado à tributação e a assunção de risco quando existem múltiplas alíquotas de imposto. É apresentado um modelo que discute a possibilidade de, através de mudanças na composição de uma carteira, eliminar o efeito da tributação incidente sobre um retorno acima de uma taxa livre de risco. Isso levaria a que a tributação total seja a mesma que incidiria sobre o retorno do ativo livre de risco. Para tanto é inicialmente uma carteira composta de um ativo cujo retorno apresenta risco e um ativo livre de risco. São apresentadas duas situações, na primeira a alíquota de imposto incidente sobre ambos os retornos é igual, e no segundo caso existe uma diferença nas alíquotas incidentes sobre os dois ativos. No primeiro caso é possível se criar uma composição de carteira, sem custo adicional, que elimina o efeito da tributação sobre o risco. No segundo caso para se eliminar o efeito da tributação sobre o risco é necessário que se incorra em um custo. O que se conclui é que é possível a eliminação do efeito da tributação sobre o risco, mas como consequência ocorre um aumento do risco total da carteira.

Abstract

This work presents some commentaries on the application of a model related to the taxation and the risk-taking when exist multiple tax rates. The model that argues the possibility of, through changes in the composition of a portfolio, eliminates the effect of the incident taxation on a return above of a free tax of risk. This would take the total taxation to the same one that it would happen on the return of a portfolio of free risk assets. For this it is initially a composed portfolio of an asset whose return presents risk and an asset free of risk. Two situations are presented, in the first the incident tax rate on both returns are equal, and in the second case a difference in the tax rate exists. In the first case it is possible if to create a portfolio composition, without additional cost, that eliminates the effect of the taxation on the risk. In the second case to eliminate the effect of the taxation on the risk it is necessary incurs into a cost. The conclusion is that the elimination of the effect of the taxation is possible on the risk, but as consequence is an increase of the total risk of the portfolio occurs.

Palavras-chave: **Tributação, Risco, Carteira.**

## INTRODUÇÃO

Existem diversos artigos nos Estados Unidos tratando da questão da tributação sobre o risco, e em particular sobre a eliminação do efeito da tributação sobre o risco. Isto seria possível através da assunção de uma posição em uma carteira com maior retorno total, e este retorno adicional eliminaria o efeito tributário sobre o risco, resultando em uma tributação equivalente ao de uma carteira composta unicamente de títulos livres de risco.

## OBJETO DE PESQUISA

A questão apresentada aqui é possibilidade de que na construção de uma carteira com dois ativos, sendo um deles livre de risco, se poderia determinar uma combinação desses dois ativos que eliminaria o efeito da tributação incidente sobre o diferencial de rendimento entre o ativo livre de risco e aquele com risco. Quando as alíquotas incidentes sobre os dois ativos são iguais é possível a construção de uma posição que elimine esse efeito tributário sobre o risco sem custo, em contraposição quando as alíquotas são diferentes a eliminação da tributação só pode ser eliminada com algum custo.

O principal ponto que pode ser destacado em relação às possibilidades apresentadas é que uma carteira montada nessas condições apresentaria uma elevação no risco total. Isto é mais nítido se considerarmos o modelo original de KAPLOW (1994), que não estabelecia restrições quanto ao percentual alocado em cada ativo, ou seja, se poderia assumir uma posição negativa no ativo livre de risco e uma posição superior a 100% à renda inicial no ativo com risco.

Ou seja, se poderia obter um empréstimo pela taxa livre de risco, em que a contraparte no modelo de KAPLOW (1994) é próprio governo, e estes recursos seriam canalizados para a compra de ativos com risco. Intuitivamente isso levaria a um aumento do risco total envolvido, e demonstra essa hipótese é um dos objetivos deste trabalho.

Além desse ponto devemos destacar que as peculiaridades do ambiente brasileiro, já que a taxa livre de risco é elevada, e em parte em função disto o custo de empréstimos também é elevado. Nestas circunstâncias a assunção de uma posição como a apresentada por KAPLOW (1994) e WEISBACH (2004) se torna muito mais complexa.

## APRESENTAÇÃO DO MODELO

Foi utilizado como base o artigo apresentado por WEISBACH (2004), onde é feita uma revisão da bibliografia relacionada ao tema, sendo destacada a possibilidade que existiria para os contribuintes eliminarem o efeito da tributação sobre o risco. Como primeiro passo é introduzido o modelo de KAPLOW (1994), que trata da opção entre dois ativos, um com risco e outro livre de risco, e sobre os retornos destes dois ativos incidiria uma mesma alíquota de imposto. Assim no período 0 o investidor definiria quantia  $a$  de recursos que ele alocaria no ativo com risco, em consequência ele seria alocado um montante de  $1-a$  no ativo livre de risco. Considerando que o ativo livre de risco renda uma taxa  $f$  e o ativo com risco renda  $r$ , teremos como renda ( $W$ ) no período 1 o seguinte montante:

$$[1] \quad W = a(1+r) + (1-a)(1+f)$$

Neste modelo não há restrição quando do valor de  $a$ , podendo tanto ser negativo como também ser maior que um. Sobre os ambos os rendimentos,  $r$  e  $f$ , incidiria a mesma

alíquota de imposto, definida aqui como  $t$ . Considerando isso podemos definir uma renda líquida dos impostos ( $W_t$ ) no período da seguinte forma:

$$[2] W_t = W - art - (1-a)ft$$

Onde  $art$  representa a tributação sobre o rendimento do ativo com risco, e  $(1-a)ft$  representa a tributação incidente sobre o ativo livre de risco. Contudo  $art$  pode ser reescrito da seguinte forma:

$$[3] art = a(r-f)t + aft$$

Combinando a equação 3 com a equação 2 obtemos uma nova forma de apresentar a renda líquida de impostos no período 1:

$$[4] W_t = W - ft - a(r-f)t$$

Se a tributação incidisse unicamente sobre o retorno livre de risco teríamos o seguinte resultado no período 1:

$$[5] W_{ft} = W - ft$$

Contudo a tributação incidiria também sobre o retorno do ativo com risco, observando as equações 4 e 5 pode-se observar que a tributação incidente sobre o ativo com risco pode ser representada pelo termo  $a(r-f)t$ . Para que a tributação final seja equivalente unicamente a tributação sobre o retorno livre de risco deve-se obter um valor que anule o termo apresentado. Para tanto pode-se determinar uma posição de *hedge*, nesta composição se tomaria recursos pagando pela taxa livre de risco e se aplicaria esse montante no ativo com risco, o resultado dessa combinação deverá resultar um valor suficiente para anular a tributação incidente sobre o diferencial entre a taxa livre de risco e a taxa com risco. Assumindo que o montante  $z$  representa o valor emprestado e também o valor aplicado na posição de *hedge*, podemos determinar o seu valor através da seguinte equação:

$$[6] a(r-f)t = z[1+r(1-t)] - z[1+f(1-t)]$$

Resolvendo a equação 6 por  $z$  chegamos ao seguinte resultado:

$$[7] z = \frac{at}{(1-t)}$$

Como se pode observar na equação 7 que  $z$  independe dos retornos  $r$  e  $f$ . No modelo de KAPLOW (1994) o governo atuaria como contraparte assumindo exatamente a posição oposta ao do contribuinte.

Contudo quando existem alíquotas diferentes incidindo sobre o retorno livre de risco e o com risco não se podem criar uma posição de *hedge* sem custo como no caso anterior, segundo WEISBACH (2004). Definindo a alíquota incidente sobre o ativo livre de risco com  $t_f$  e a alíquota incidente sobre o retorno do ativo com risco como  $t_r$ . Considerando isso a renda líquida no período 1 passaria a ser obtida pela seguinte equação:

$$[8] W_t = W - art_r - (1-a)ft_f$$

Essa equação pode ser reescrita para destacar a tributação sobre o diferencial entre as taxas de retorno  $r$  e  $f$ :

$$[9] W_t = W - ft_f - a(rt_r - ft_f)$$

Nessa situação o montante  $z$  que comporia a posição de *hedge* passaria a ter a seguinte forma:

$$[10] z = \frac{a(rt_r - ft_f)}{r(1-t_r) - f(1-t_f)}$$

O numerador na equação 10 representa o diferencial de tributação que se deseja eliminar, e o denominador representa o diferencial que se obteria com um empréstimo de uma unidade monetária pela taxa livre de risco e aplicação desse montante no ativo com risco. A divisão representa qual seria o montante necessário na posição de *hedge* para anular o efeito da tributação diferencial entre os dois ativos.

Contudo como se pode observar o valor de  $z$  depende de  $r$ , ao contrário da situação em que as alíquotas são iguais e foi apresentada na equação 7, e retorno do ativo com risco é uma variável aleatória. Isto significa que se pode construir uma posição de *hedge* com base no retorno esperado, mas com o risco que o retorno efetivo seja diferente do esperado, comprometendo a efetiva eliminação da diferença de tributação entre os dois ativos.

O determinante para que uma posição de *hedge*, com composições iguais do ativo livre de risco e do ativo com risco, não elimine o diferencial de tributação é derivado das diferenças de alíquotas. Isso porque o componente referente à taxa livre de risco no retorno  $r$ , nesta posição de *hedge*, não vai obter o mesmo resultado que o relativo à posição referente ao empréstimo pela taxa livre de risco. Com isso não se pode eliminar o diferencial de tributação sem custo.

Contudo é possível construir uma posição com composições diferentes entre o ativo com risco e o ativo livre de risco, que eliminaria o efeito da tributação sobre o risco. O objetivo é ter o montante de  $a(rt_r - ft_f)$  no período 1. Para atingir o objetivo o contribuinte pode comprar  $at_r/(1-t_r)$  do ativo com risco e vender  $at_f/(1-t_f)$  do ativo livre de risco. Assim o valor inicial nessa posição seria o apresentado pela equação 11:

$$[11] H = a \left[ \frac{t_f}{(1-t_f)} - \frac{t_r}{(1-t_r)} \right]$$

Nessa situação o contribuinte receberá um pagamento líquido se  $t_f$  for maior que  $t_r$ , ou terá que efetuar um pagamento caso  $t_f$  seja menor que  $t_r$ . Essa posição implicará em um montante de  $-H$  no período 1, que nada mais é que a reversão dos valores aplicados no período 0, e também propiciará um rendimento que será equivalente ao diferencial de tributação, como apresentado na equação 12:

$$[12] \frac{at_r}{(1-t_r)} r(1-t_r) - \frac{at_f}{(1-t_f)} f(1-t_f) = a(rt_r - ft_f)$$

O custo para assumir essa posição é receber ou pagar  $H$  no período 0 e ter o fluxo de caixa oposto no período 1. Podemos determinar o valor presente dessa operação, para tanto é utilizada a taxa livre de risco líquida do efeito tributário como taxa de desconto para o fluxo no período 1, como mostrado na equação 13:

$$[13] S = H - \frac{H}{[1 + f(1 - t_f)]}$$

Simplificando esta equação e substituindo o valor de  $H$  chegamos a seguinte igualdade:

$$[14] S = \frac{af(1 - t_f)}{1 + f(1 - t_f)} \left[ \frac{t_f}{(1 - t_f)} - \frac{t_r}{(1 - t_r)} \right]$$

Assim chegamos a conclusão que o diferencial de imposto sobre a renda cobrado pode ser representado como alíquota uniforme sobre o retorno livre de risco, mais um ônus ou subsídio igual a  $S$ :

$$[15] W_t = W_{ft} - S = W_{rf} - \frac{af(1 - t_f)}{1 + f(1 - t_f)} \left[ \frac{t_f}{1 - t_f} - \frac{t_r}{1 - t_r} \right]$$

O subsídio, ou ônus, derivado da opção pelo ativo com risco depende principalmente da alíquota incidente sobre este rendimento ( $t_r$ ). Se esta alíquota for reduzida a zero o subsídio máximo pela opção pelo ativo com risco é limitado ao próprio retorno  $r$ , mesmo que a alíquota incidente sobre o retorno livre de risco ( $t_f$ ) se aproxime de 100%:

$$[16] \lim_{t_f \rightarrow 1} \frac{af(1 - t_f)}{1 + f(1 - t_f)} \left[ \frac{t_f}{1 - t_f} - \frac{t_r}{1 - t_r} \right] = r$$

Contudo quanto a alíquota  $t_r$  se aproxima de 100% o ônus pela opção pelo ativo com risco não é limitado:

$$[17] \lim_{t_r \rightarrow 1} \frac{af(1 - t_f)}{1 + f(1 - t_f)} \left[ \frac{t_f}{1 - t_f} - \frac{t_r}{1 - t_r} \right] = -\infty$$

## METODOLOGIA

Como apresentado no modelo seria possível a eliminação da tributação diferencial entre o retorno de um ativo com risco e um ativo livre de risco, resultando em uma tributação uniforme apenas sobre o rendimento livre de risco. Todavia para tanto é necessário se alterar uma composição na carteira entre os dois ativos. Essa nova composição da carteira é na verdade um deslocamento na busca em retorno adicional que eliminaria o efeito da tributação sobre o risco. Neste sentido poder-se-ia estar elevando o risco associado.

Para avaliar essa questão optou-se por testar a aplicação desse modelo à realidade brasileira, e verificar o risco associado às alterações na composição das carteiras. O primeiro

ponto que devemos destacar se refere à tributação do imposto de renda retido na fonte (IRRF), que será o único tributo considerado neste trabalho. A partir de 2005 a tributação relativa a fundos e aplicações passou a ser regida pela Lei nº 11.033/2004. Esta lei introduziu a seguinte estrutura de tributação para fundos e aplicações de renda fixa:

Fundos de longo prazo e aplicações de renda fixa, em geral:

- 22,5% para aplicações com prazo de até 180 dias;
- 20,0% para aplicações com prazo de 181 até 360 dias;
- 17,5% para aplicações com prazo de 361 até 720 dias;
- 15,0% para aplicações com prazo acima de 720 dias;

Fundos de curto prazo:

- 22,5% para aplicações com prazo de até 180 dias;
- 20,0% para aplicações com prazo acima de 180 dias;

Fundos de ações:

- 15%;

Também confirmou que os rendimentos serão tributados pela alíquota de 15% nos meses de maio e novembro, conforme a Lei nº 10.892/2004. Para a verificação do modelo se optou por comparar a taxa Selic mensal, como taxa livre de risco, com dois fundos, um referenciado DI (Real FIQ Referenciado DI Credit Van Gogh) e um fundo de ações (ABN AMRO FI Ações Dinâmico). Vamos supor uma aplicação por um período de um mês apenas, com isso no caso do primeiro fundo a alíquotas aplicável vai ser a mesma que incidiria sobre a aplicação em um título público (22,5%), já para o fundo de ações a alíquota aplicável é a de 15%.

Os dados referentes aos fundos e o valor utilizado para a taxa Selic são apresentados na tabela 1 a seguir, considerar a taxa Selic como taxa livre de risco implicou que o seu desvio-padrão foi definido como zero, e conseqüentemente a covariância entre a taxa Selic e os dois fundos assume o valor zero.

<b>Aplicação</b>	<b>Retorno</b>	<b>Risco</b>
Taxa Selic	1,513%	0%
Fundo DI	1,563%	0,335%
Fundo de Ações	2,472%	8,107%

**Tabela 1** – Dados Utilizados

Se verificou as alterações produzidas pelo modelo apresentado por WEISBACH (2004) com relação a definição de uma carteira. Podemos definir o retorno da carteira ( $R$ ) da seguinte forma:

$$[18] R = ar + (1 - a)f$$

E o risco associado a esta carteira seria representado da seguinte forma:

$$[19] S = a^2\sigma_r^2 + (1 - a)^2\sigma_f^2 + 2a(1 - a)Cov_{rf}$$

Considerando que o retorno livre de risco tem um desvio-padrão igual a zero na equação apresentada só vai restar o primeiro termo.

## ANÁLISE DOS RESULTADOS

Foram feitas duas comparações, uma onde as alíquotas eram iguais (taxa Selic X Fundo DI) e outra onde as alíquotas eram diferentes (taxa Selic X fundo de ações).

Para cada posição foi construída uma série possível de carteiras considerando a possibilidade de alavancagem. Após isto são calculados o retorno ( $R$ ) e o risco ( $S$ ) de cada carteira. Em seguida é apresentada a nova composição da carteira considerando a posição de hedge ( $z$ ), com o retorno ( $R_z$ ) e risco ( $S_z$ ) desta nova carteira. É definida a diferenças entre os retornos e os riscos entre as duas posições de carteira. E então mostrado a tributação ( $T$ ) na situação 1. Depois e apresentado o valor que seria o objetivo para a tributação ( $T_o$ ), e que equivaleria à tributação de uma carteira unicamente aplicada pela taxa Selic. Por fim são apresentados os retornos líquidos de impostos na situação 1 ( $R_l$ ) e na situação 2 ( $R_{zl}$ ). A diferença entre estes, desconsiderando os erros de arredondamento, corresponde a diferença entre a tributação na situação 1 ( $T$ ) e a tributação objetivo ( $T_o$ ).

Os dados para a comparação entre taxa Selic e Fundo DI são apresentados na tabela 2, e a seguir na tabela 3 são apresentados os dados para a Comparação para a taxa Selic e Fundo de Ações, no anexo são apresentadas as tabelas completas para as suas comparações.

$a$	$1-a$	$R$ (%)	$S$ (%)	$a+z$ (1)	$a-z$ (2)	Total (1+2)	$R_z$ (%)	$S_z$ (%)	$R_z-R$	$S_z-S$	$T$ (%)	$T_o$ (%)	$R_l$ (%)	$R_{zl}$ (%)
2,0	-1,0	1,61	0,67	2,4	-1,6	0,8	1,29	0,79	-0,33	0,12	0,13	0,34	1,48	1,27
1,5	-0,5	1,59	0,50	1,8	-0,9	0,8	1,34	0,59	-0,25	0,09	0,18	0,34	1,41	1,25
1,0	0,0	1,56	0,33	1,2	-0,3	0,9	1,40	0,39	-0,16	0,06	0,23	0,34	1,33	1,22
0,5	0,5	1,54	0,17	0,6	0,4	0,9	1,46	0,20	-0,08	0,03	0,29	0,34	1,25	1,20
0,0	1,0	1,51	0,00	0,0	1,0	1,0	1,51	0,00	0,00	0,00	0,34	0,34	1,17	1,17
-0,5	1,5	1,49	0,17	-0,6	1,6	1,1	1,57	0,20	0,08	0,03	0,39	0,34	1,09	1,15
-1,0	2,0	1,46	0,33	-1,2	2,3	1,1	1,63	0,39	0,16	0,06	0,45	0,34	1,02	1,12

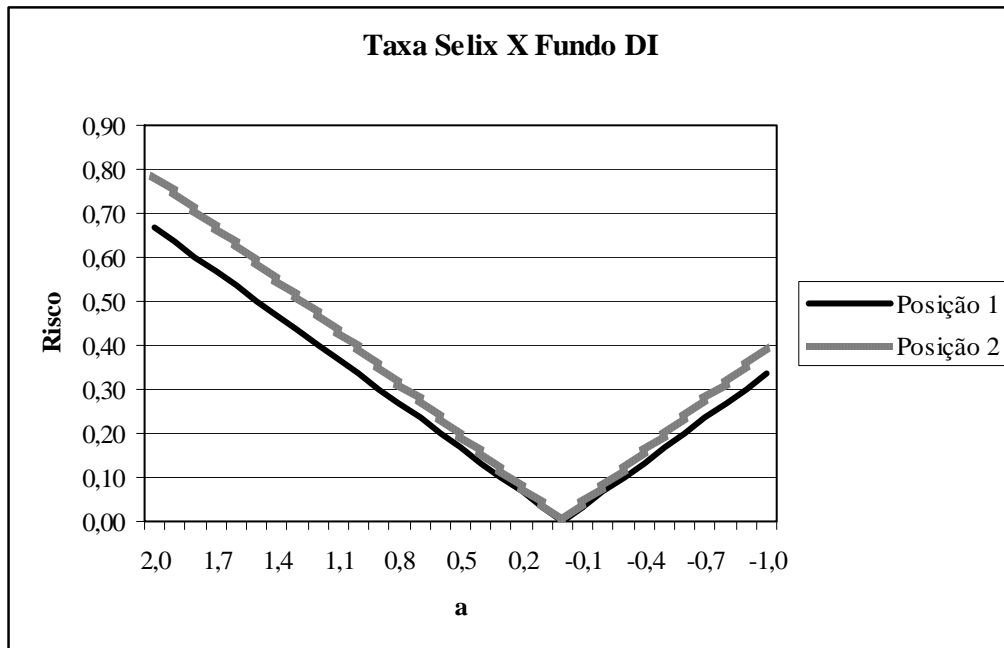
**Tabela 2 – Comparação entre taxa Selic e Fundo DI**

$a$	$1-a$	$R$ (%)	$S$ (%)	$a+z_r$ (1)	$a-z_f$ (2)	Total (1+2)	$R_z$ (%)	$S_z$ (%)	$R_z-R$	$S_z-S$	$T$ (%)	$T_o$ (%)	$R_l$ (%)	$R_{zl}$ (%)
2,0	-1,0	3,43	16,21	2,4	-1,6	0,8	3,42	19,07	-0,01	2,86	0,40	0,34	3,03	3,09
1,5	-0,5	2,95	12,16	1,8	-0,9	0,8	2,95	14,31	0,00	2,15	0,39	0,34	2,57	2,61
1,0	0,0	2,47	8,11	1,2	-0,3	0,9	2,47	9,54	0,00	1,43	0,37	0,34	2,10	2,13
0,5	0,5	1,99	4,05	0,6	0,4	0,9	1,99	4,77	0,00	0,72	0,36	0,34	1,64	1,65
0,0	1,0	1,51	0,00	0,0	1,0	1,0	1,51	0,00	0,00	0,00	0,34	0,34	1,17	1,17
-0,5	1,5	1,03	4,05	-0,6	1,6	1,1	1,04	4,77	0,00	0,72	0,33	0,34	0,71	0,69
-1,0	2,0	0,55	8,11	-1,2	2,3	1,1	0,56	9,54	0,00	1,43	0,31	0,34	0,24	0,21

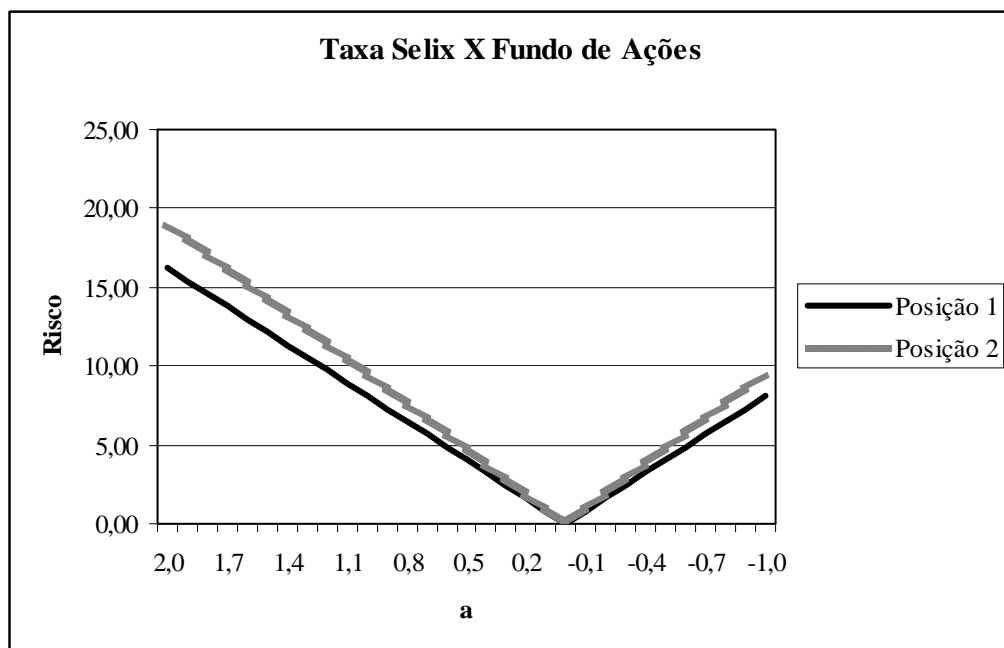
**Tabela 3 – Comparação para a taxa Selic e Fundo de Ações**

Em todas as situações a opção pela eliminação do efeito tributário implicou em aumento do risco, ou pelo menos na manutenção do nível de risco. A seguir são apresentados gráficos representando as duas situações para cada caso analisado.

Em cada gráfico é realizada uma comparação do nível do risco em função do total inicialmente alocado no ativo com risco ( $a$ ). Assim é apresentada a situação 1, sem a utilização da posição de *hedge* para a eliminação do efeito tributário, e a posição 2 com a eliminação do efeito tributário.



**Gráfico 1** – Representação gráfica do risco para a taxa Selic e fundo DI



**Gráfico 2** – Representação gráfica da relação entre taxa Selic e fundo de Ações



## CONCLUSÃO

Na verdade a situação apresentada é um caso particular da opção por maior retorno, mesmo que isso implique em maior risco. Apenas nos casos apresentados o retorno adicional tinha um valor já determinado, ou seja, deveria ser equivalente ao diferencial de tributação que existiria entre um ativo livre de risco e um com risco. Assim é possível a eliminação do efeito da tributação sobre o risco, mas deve-se assumir um maior risco para a criação de uma composição de carteira que tenha esse efeito.

## ANEXO

Tabela completa para a situação 1 (taxa Selic X Fundo DI)

$a$	$1-a$	$R$ (%)	$S$ (%)	$a+z$ (1)	$a-z$ (2)	$Total$ (1+2)	$R_z$ (%)	$S_z$ (%)	$R_z-R$	$S_z-S$	$T$ (%)	$To$ (%)	$R_l$ (%)	$R_{zl}$ (%)
2,0	-1,0	1,61	0,67	2,4	-1,6	0,8	1,29	0,79	-0,33	0,12	0,13	0,34	1,48	1,27
1,9	-0,9	1,61	0,64	2,2	-1,5	0,8	1,30	0,75	-0,31	0,11	0,14	0,34	1,47	1,27
1,8	-0,8	1,60	0,60	2,1	-1,3	0,8	1,31	0,71	-0,29	0,11	0,15	0,34	1,45	1,26
1,7	-0,7	1,60	0,57	2,0	-1,2	0,8	1,32	0,67	-0,28	0,10	0,16	0,34	1,44	1,26
1,6	-0,6	1,59	0,54	1,9	-1,1	0,8	1,33	0,63	-0,26	0,09	0,17	0,34	1,42	1,25
1,5	-0,5	1,59	0,50	1,8	-0,9	0,8	1,34	0,59	-0,25	0,09	0,18	0,34	1,41	1,25
1,4	-0,4	1,58	0,47	1,6	-0,8	0,8	1,35	0,55	-0,23	0,08	0,19	0,34	1,39	1,24
1,3	-0,3	1,58	0,43	1,5	-0,7	0,9	1,37	0,51	-0,21	0,08	0,20	0,34	1,38	1,24
1,2	-0,2	1,57	0,40	1,4	-0,5	0,9	1,38	0,47	-0,20	0,07	0,21	0,34	1,36	1,23
1,1	-0,1	1,57	0,37	1,3	-0,4	0,9	1,39	0,43	-0,18	0,06	0,22	0,34	1,34	1,23
1,0	0,0	1,56	0,33	1,2	-0,3	0,9	1,40	0,39	-0,16	0,06	0,23	0,34	1,33	1,22
0,9	0,1	1,56	0,30	1,1	-0,2	0,9	1,41	0,35	-0,15	0,05	0,25	0,34	1,31	1,22
0,8	0,2	1,55	0,27	0,9	0,0	0,9	1,42	0,31	-0,13	0,05	0,26	0,34	1,30	1,21
0,7	0,3	1,55	0,23	0,8	0,1	0,9	1,43	0,28	-0,11	0,04	0,27	0,34	1,28	1,21
0,6	0,4	1,54	0,20	0,7	0,2	0,9	1,45	0,24	-0,10	0,04	0,28	0,34	1,27	1,20
0,5	0,5	1,54	0,17	0,6	0,4	0,9	1,46	0,20	-0,08	0,03	0,29	0,34	1,25	1,20
0,4	0,6	1,53	0,13	0,5	0,5	1,0	1,47	0,16	-0,07	0,02	0,30	0,34	1,24	1,19
0,3	0,7	1,53	0,10	0,4	0,6	1,0	1,48	0,12	-0,05	0,02	0,31	0,34	1,22	1,19
0,2	0,8	1,52	0,07	0,2	0,7	1,0	1,49	0,08	-0,03	0,01	0,32	0,34	1,20	1,18
0,1	0,9	1,52	0,03	0,1	0,9	1,0	1,50	0,04	-0,02	0,01	0,33	0,34	1,19	1,18
0,0	1,0	1,51	0,00	0,0	1,0	1,0	1,51	0,00	0,00	0,00	0,34	0,34	1,17	1,17
-0,1	1,1	1,51	0,03	-0,1	1,1	1,0	1,52	0,04	0,02	0,01	0,35	0,34	1,16	1,17
-0,2	1,2	1,50	0,07	-0,2	1,3	1,0	1,54	0,08	0,03	0,01	0,36	0,34	1,14	1,16
-0,3	1,3	1,50	0,10	-0,4	1,4	1,0	1,55	0,12	0,05	0,02	0,37	0,34	1,13	1,16
-0,4	1,4	1,49	0,13	-0,5	1,5	1,0	1,56	0,16	0,07	0,02	0,38	0,34	1,11	1,15
-0,5	1,5	1,49	0,17	-0,6	1,6	1,1	1,57	0,20	0,08	0,03	0,39	0,34	1,09	1,15
-0,6	1,6	1,48	0,20	-0,7	1,8	1,1	1,58	0,24	0,10	0,04	0,40	0,34	1,08	1,14
-0,7	1,7	1,48	0,23	-0,8	1,9	1,1	1,59	0,28	0,11	0,04	0,41	0,34	1,06	1,14
-0,8	1,8	1,47	0,27	-0,9	2,0	1,1	1,60	0,31	0,13	0,05	0,43	0,34	1,05	1,13
-0,9	1,9	1,47	0,30	-1,1	2,2	1,1	1,62	0,35	0,15	0,05	0,44	0,34	1,03	1,13
-1,0	2,0	1,46	0,33	-1,2	2,3	1,1	1,63	0,39	0,16	0,06	0,45	0,34	1,02	1,12

Tabela completa para a situação 2 (taxa Selic X Fundo de Ações)

$a$	$1-a$	$R$ (%)	$S$ (%)	$a+z_r$ (1)	$a-z_f$ (2)	$Total$ (1+2)	$R_z$ (%)	$S_z$ (%)	$R_z-R$	$S_z-S$	$T$ (%)	$To$ (%)	$R_l$ (%)	$R_{zl}$ (%)
2,0	-1,0	3,43	16,21	2,4	-1,6	0,8	3,42	19,07	-0,01	2,86	0,40	0,34	3,03	3,09
1,9	-0,9	3,33	15,40	2,2	-1,5	0,8	3,33	18,12	-0,01	2,72	0,40	0,34	2,94	2,99
1,8	-0,8	3,24	14,59	2,1	-1,3	0,8	3,23	17,17	-0,01	2,58	0,40	0,34	2,84	2,90
1,7	-0,7	3,14	13,78	2,0	-1,2	0,8	3,14	16,21	-0,01	2,43	0,39	0,34	2,75	2,80
1,6	-0,6	3,05	12,97	1,9	-1,1	0,8	3,04	15,26	0,00	2,29	0,39	0,34	2,66	2,71
1,5	-0,5	2,95	12,16	1,8	-0,9	0,8	2,95	14,31	0,00	2,15	0,39	0,34	2,57	2,61
1,4	-0,4	2,86	11,35	1,6	-0,8	0,8	2,85	13,35	0,00	2,00	0,38	0,34	2,47	2,52
1,3	-0,3	2,76	10,54	1,5	-0,7	0,9	2,76	12,40	0,00	1,86	0,38	0,34	2,38	2,42
1,2	-0,2	2,66	9,73	1,4	-0,5	0,9	2,66	11,44	0,00	1,72	0,38	0,34	2,29	2,32
1,1	-0,1	2,57	8,92	1,3	-0,4	0,9	2,56	10,49	0,00	1,57	0,37	0,34	2,19	2,23
1,0	0,0	2,47	8,11	1,2	-0,3	0,9	2,47	9,54	0,00	1,43	0,37	0,34	2,10	2,13
0,9	0,1	2,38	7,30	1,1	-0,2	0,9	2,37	8,58	0,00	1,29	0,37	0,34	2,01	2,04
0,8	0,2	2,28	6,49	0,9	0,0	0,9	2,28	7,63	0,00	1,14	0,36	0,34	1,92	1,94
0,7	0,3	2,18	5,67	0,8	0,1	0,9	2,18	6,68	0,00	1,00	0,36	0,34	1,82	1,84
0,6	0,4	2,09	4,86	0,7	0,2	0,9	2,09	5,72	0,00	0,86	0,36	0,34	1,73	1,75
0,5	0,5	1,99	4,05	0,6	0,4	0,9	1,99	4,77	0,00	0,72	0,36	0,34	1,64	1,65
0,4	0,6	1,90	3,24	0,5	0,5	1,0	1,90	3,81	0,00	0,57	0,35	0,34	1,54	1,56
0,3	0,7	1,80	2,43	0,4	0,6	1,0	1,80	2,86	0,00	0,43	0,35	0,34	1,45	1,46
0,2	0,8	1,71	1,62	0,2	0,7	1,0	1,70	1,91	0,00	0,29	0,35	0,34	1,36	1,36
0,1	0,9	1,61	0,81	0,1	0,9	1,0	1,61	0,95	0,00	0,14	0,34	0,34	1,27	1,27
0,0	1,0	1,51	0,00	0,0	1,0	1,0	1,51	0,00	0,00	0,00	0,34	0,34	1,17	1,17
-0,1	1,1	1,42	0,81	-0,1	1,1	1,0	1,42	0,95	0,00	0,14	0,34	0,34	1,08	1,08
-0,2	1,2	1,32	1,62	-0,2	1,3	1,0	1,32	1,91	0,00	0,29	0,33	0,34	0,99	0,98
-0,3	1,3	1,23	2,43	-0,4	1,4	1,0	1,23	2,86	0,00	0,43	0,33	0,34	0,89	0,89
-0,4	1,4	1,13	3,24	-0,5	1,5	1,0	1,13	3,81	0,00	0,57	0,33	0,34	0,80	0,79
-0,5	1,5	1,03	4,05	-0,6	1,6	1,1	1,04	4,77	0,00	0,72	0,33	0,34	0,71	0,69
-0,6	1,6	0,94	4,86	-0,7	1,8	1,1	0,94	5,72	0,00	0,86	0,32	0,34	0,62	0,60
-0,7	1,7	0,84	5,67	-0,8	1,9	1,1	0,84	6,68	0,00	1,00	0,32	0,34	0,52	0,50
-0,8	1,8	0,75	6,49	-0,9	2,0	1,1	0,75	7,63	0,00	1,14	0,32	0,34	0,43	0,41
-0,9	1,9	0,65	7,30	-1,1	2,2	1,1	0,65	8,58	0,00	1,29	0,31	0,34	0,34	0,31
-1,0	2,0	0,55	8,11	-1,2	2,3	1,1	0,56	9,54	0,00	1,43	0,31	0,34	0,24	0,21

## BIBLIOGRAFIA

ELTON, E.J.; GRUBER, M.J.; BROWN, S.J.; GOETZMANN, W.N. Moderna teoria de carteiras e análise de investimentos. Tradução Antonio Zoratto Sanvicente. São Paulo: Editora Atlas, 2004.

KAPLOW, L. Taxation and risk taking: a general equilibrium perspective. *National Tax Journal*, Washington, v. 47, n. 4, p. 789-798, dez. 1994.

SECURATO, J. R. Decisões financeiras em condições de risco. São Paulo: Editora Atlas, 1996.

WEISBACH, D.A. Taxation and risk-taking with multiple tax rates. *National Tax Journal*, Washington, v. 57, n. 2, p. 229-243, jun. 2004.