

Área Temática: Finanças

Comportamento e Estrutura a Termo da Volatilidade de Empresas de Grande e Pequeno Porte

AUTORES

PABLO ROGERS

Universidade de São Paulo / Universidade Federal de Uberlândia
msc_pablo@yahoo.com.br

JOSÉ ROBERTO SECURATO

Universidade de São Paulo
securato@usp.br

KÁREM CRISTINA DE SOUSA RIBEIRO

Universidade Federal de Uberlândia
kribeiro@ufu.br

Resumo

Em contraposição às hipóteses para sustentação dos modelos financeiros “clássicos”, como o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) de Sharpe-Litner-Mossin, a literatura recente de finanças tem documentado que algumas características das empresas mostram-se relevantes para explicar retornos esperados. Esse artigo tem por objetivo analisar se o tamanho da empresa no Brasil é uma característica importante para explicar uma outra dimensão da relação risco *versus* retorno: a volatilidade. Como metodologia procedeu-se uma reestruturação completa do índice IBrX da Bolsa de Valores de São Paulo (Bovespa), de forma que obteve-se dois novos índices: um de empresas com grande porte e outro de empresas com pequeno porte. A partir dos índices construídos, analisaram-se o comportamento e a estrutura a termo da volatilidade com ajustes dos modelos GARCH (1,1) e TARCH (1,1). Em linhas gerais, pode-se concluir que o comportamento e a estrutura a termo da volatilidade de empresas de grande e pequeno porte são diferentes, fazendo jus à incorporação da característica tamanho da empresa nas funções financeiras, tais como decisões de investimentos, precificação de títulos e gerenciamento de risco.

Palavras-chave: Modelos GARCH, Volatilidade, Efeito Tamanho.

Abstract

In opposition to "classic" financial models hypotheses, as the included in Capital Asset Pricing Model, the recent finance literature has been documenting that some companies' characteristics are relevant to explain expected returns. This article analyze if the size effect in Brazil is an important characteristic to explain another dimension of the relationship risk versus return: the volatility. As methodology, proceeded a complete restructuring of the IBrX index (São Paulo Stock Exchange - Bovespa), so that it was obtained two new indexes: one of high companies and another of small companies. From the built indexes, the behavior and the term structure of the volatility was to analyzed with adjustments of the GARCH (1,1) and TARCH (1,1) models. In general lines, it can be concluded that smalls and high companies are have behavior and the term structure of the volatility different, deserving the

incorporation of the size effect in some financial functions, such as investments decisions, securities pricing and risk management.

Key-words: GARCH Models, Volatility, Size Effect.

1. Introdução

A estimação, previsão e estudo do comportamento da volatilidade estão no coração da modelagem do risco financeiro (ALEXANDER, 2005, p.10). O entendimento da volatilidade tem implicações importantes, pois:

- a) lançadores de opções necessitam prever a volatilidade dos preços durante toda a vida da opção;
- b) a administração do risco das posições dos lançadores de opções, que são baseadas em um *hedge* ótimo, necessita das previsões da volatilidade;
- c) a volatilidade implícita é essencial para se computar as razões de *hedge* apropriadas para lançadores de opções;
- d) as previsões estatística da volatilidade de todos os possíveis fatores de risco dos mercados são de suma importância para liquidar as posições e para calcular a exigência total de capital em risco (VAR) dos bancos;
- e) para validar os modelos de precificação e de *hedge*, que são utilizados pelas mesas de gerenciamento de risco, faz-se necessário de avaliações independentes de todas as volatilidades implícitas e estatísticas.

Poon e Granger (2003, p.478) discutem ainda que a extensa pesquisa no campo da volatilidade reflete sua importância nas decisões de investimentos, precificação de títulos, gerenciamento de risco e até mesmo nas políticas monetárias. A volatilidade é a variável mais importante na precificação de derivativos e tem papel central no gerenciamento de risco financeiro desde o primeiro Acordo de Basileia em 1996. Esse acordo tornou obrigatório computar a previsão da volatilidade para gerenciamento de risco em muitas instituições financeiras ao redor do mundo: seja qual for a metodologia empregada, os bancos necessitam conhecer a volatilidade para estimar o VAR.

A volatilidade dos mercados financeiros pode repercutir amplamente na economia como todo. Os incidentes causados pelos ataques terroristas em 11 de setembro de 2001 e os escândalos financeiros recentes nos EUA causou grande turbulência nos mercados financeiros internacionais e impactos negativos na economia mundial. No Brasil, o segundo semestre de 2002 mostrou o impacto da instabilidade política sobre a volatilidade nos mercados financeiros, causando e dissipando danos sobre a economia real. Esses fatos são evidências claras da relação existente entre incerteza nos mercados financeiros e confiança pública (POON e GRANGER, 2003, p. 479).

Nesse sentido, o estudo do comportamento da volatilidade tem sido considerado como uma peça fundamental de política monetária, pois serve como “barômetro” da vulnerabilidade dos mercados financeiros e da economia. Nos EUA, o *Federal Reserve* coloca explicitamente em pauta na discussão de política monetária a volatilidade das ações, títulos, moedas e *commodities*. O Banco da Inglaterra também refere-se frequentemente ao sentimento do mercado financeiro nas suas reuniões de política monetária, através da volatilidade implícita nas opções (POON e GRANGER, 2003, p. 479). No Brasil, o Banco Central faz uso freqüente das informações de volatilidade nos mercados de juros, moedas, ações e *commodities* para justificar seu relatório de política monetária.

Dada a importância da volatilidade nos mercados financeiros, esse estudo tem por objetivo estudar seu comportamento no mercado brasileiro de ações entre o período de setembro de 2001 a agosto de 2007, e obter os parâmetros relevantes para formação da

estrutura a termo da volatilidade de dois tipos de empresas: de alto valor de mercado (*high*) e baixo valor de mercado (*small*). Recentemente, a literatura de finanças tem documentado que o conhecimento do tamanho da empresa (*size effect*) é fundamental para estimar os retornos esperados das ações. Esse estudo buscar analisar, se no Brasil, o conhecimento individual da volatilidade de empresas de grande porte e pequeno porte torna-se necessário em algumas funções financeiras, como no gerenciamento de risco, por exemplo. Se o comportamento da volatilidade das empresas de maior tamanho for diferente das empresas de tamanho reduzido, suas volatilidades devem ser estimadas separadamente ou o efeito-tamanho deve ser incorporado nos modelos de risco financeiro, como o VAR.

Para percorrer o objetivo do trabalho estudou-se o comportamento da volatilidade de dois índices de ações: índice *small* (IS) e índice *high* (IH). Esses dois índices foram obtidos através de uma reestruturação completa do índice IBrX da Bovespa. Depois de análise preliminar criteriosa e diagnóstico de robustez prudente, notou-se que dois modelos da família ARCH eram suficiente para explicar o comportamento da volatilidade desses dois índices. A seção três dessa pesquisa justifica a adoção desses dois modelos e apresenta a metodologia utilizada na reestruturação do IBrX. Através da discussão do efeito-tamanho, a seção dois do trabalho estrutura a revisão da literatura que despertou nossa hipótese de pesquisa. A seção quatro mostra detalhadamente os resultados da pesquisa e na seção cinco revisamos, discutimos e justificamos os resultados a título de conclusão.

2. Revisão da Literatura

Após quatro décadas de seu aparecimento, o modelo de precificação de ativos de capital proposto por Sharpe (1964) e Litner (1965), conhecido como CAPM, é ainda o modelo mais amplamente utilizado na estimativa do custo de capital e avaliação de carteiras (FAMA e FRENCH, 2007, p.103). Seu sucesso deveu-se talvez a apresentação de uma base teórica palatável sobre a relação risco e retorno. De forma resumida, o CAPM relaciona o retorno esperado de um ativo, em um mercado em equilíbrio, com seu risco não diversificável. Esse modelo coloca que a medida de risco relevante, é sensibilidade do retorno do ativo em questão em relação ao retorno da carteira de mercado, conhecido como coeficiente beta.

Infelizmente, como coloca Fama e French (2007, p.104), o histórico empírico do CAPM é fraco o bastante para invalidar a maneira como é empregado. Em tese, os principais problemas do CAPM podem ser em grande parte às hipóteses simplificadoras em sua construção, como: 1) os investidores tomam decisões sobre alocação de carteiras apenas com base média e variância; 2) os investidores são avessos ao risco e prevalece o princípio da dominância; 3) os ativos individuais são infinitamente divisíveis; 4) existe uma taxa livre de risco, na qual um investidor pode, tanto emprestar, quanto tomar emprestado; 5) custos de transação e impostos são zero; 6) perfeita informação entre os investidores.

A despeito das simplificações impostas pelo CAPM, acumularam-se evidências, principalmente a partir dos anos 70, no sentido de que grande parte da variação do retorno esperado carece de correlação com o beta do mercado. Em essência, os trabalhos empíricos começaram a contestar se o retorno esperado de um ativo poderia ser explicado apenas por um único fator: o mercado. Basu (1977) apresenta evidências de que, quando ações ordinárias são classificadas por índices preço-lucro, os retornos futuros de ações de preço-lucro elevado são mais altos do que estima o CAPM. Adicionalmente, Banz (1981) acrescenta que, quando as ações são classificadas por capitalização no mercado (preço vezes número de ações em circulação), os retornos médios de ações pequenas são maiores do que estima o CAPM. Essa evidência trouxe ao conhecimento o efeito-tamanho (FAMA e FRENCH, 2007, p.110).

Fama e French (2007) discutem alguns outros pesquisadores que encontraram evidências empíricas da relação entre fatores de risco associados às características das empresas com os retornos observados das ações, e documentam que, medidas de alavancagem

e índices valor escritural (contábil)/valor de mercado, também trazem informações sobre os retornos esperados que escapam aos betas de mercado. Com base nessas evidências, Fama e French (1993 e 1996) propuseram um modelo trifatorial de retornos esperados: 1) o excesso de retorno em relação ao mercado (fator mercado); 2) a diferença entre os retornos de carteiras de ações de empresas pequenas e grandes (fator tamanho = SMB, denotado por “*small minus big*”); e 3) a diferença entre os retornos de carteiras de ações de empresas de alta capitalização e baixa capitalização (fator relação valor contábil (BE) / valor de mercado (ME) = HML, denotado por “*high minus low*”). A equação do modelo apresenta-se como segue:

$$R_j - R_F = \alpha_j + b_j(R_M - R_F) + s_jSMB + h_jHML + \varepsilon_j \quad [1]$$

Onde, b_j , s_j e h_j representam as sensibilidades em relação aos fatores mercado, tamanho e valor contábil / valor de mercado, respectivamente.

Fundamentalmente, Fama e French (1993 e 1996) transformaram características relevantes das empresas em retornos. Grinblatt e Titman (2005, p. 198) discorrem que o modelo de 3-Fatores de Fama e French é composto por três carteiras de custo zero (ou seja, que se autofinanciam). De acordo com os autores, esses fatores representam: 1) uma posição comprada em carteira de índice de valores ponderados e uma posição vendida em letras do Tesouro – a diferença entre o retorno realizado do índice de valores ponderados e o retorno dos títulos do Tesouro; 2) uma posição comprada em uma carteira de ações de baixo ME e uma posição vendida em uma carteira de ações de alto ME; e 3) uma posição comprada em uma carteira de ações de baixo BE/ME e uma posição vendida em ações de alto BE/ME.

Fama e French (1993 e 1996) concluem que seu modelo capta grande parte da variação do retorno médio de carteiras formadas com base no tamanho, índice BE/ME e outros índices de preços que causam problemas no CAPM. Fama e French (1998) demonstram, a partir de estudo em 13 grandes mercados, que o modelo trifatorial tem melhor desempenho do que o CAPM no que se refere a descrever os retornos médios de carteiras formadas com base em variáveis de escala de preço. O modelo de 3-Fatores de Fama e French é hoje amplamente utilizado em pesquisas empíricas que exigem um modelo de retornos esperados, para medir informações especiais de gestores de carteiras e por profissionais de mercado como alternativa ao CAPM para estimar o custo do capital social (FAMA e FRENCH, 2007, p.112).

No Brasil, estudos empreendidos em diferentes períodos suportaram o modelo 3-Fatores de Fama e French. Costa Jr. e Neves (1998), Mellone Júnior (1999), Rodrigues (2000), Rodrigues e Leal (2003), Málaga e Securato (2004), Lucena e Pinto (2005) e Santos, Famá e Mussa (2007) apresentaram evidências empíricas suficientes que características das empresas como, tamanho e efeito *book-to-market*, explicam grande parte dos retornos das ações.

Mais recentemente, Rogers e Securato (2007) testaram e compararam de forma abrangente no mercado brasileiro de ações, o modelo 3-Fatores de Fama e French com outros dois: 1) a versão básica do CAPM; 2) e o *Reward Beta Model*. Os pesquisadores utilizaram a metodologia de teste em dois passos para modelos de equilíbrio geral: o primeiro passo consistiu estimar os parâmetros dos modelos a partir de regressões em séries temporais, sendo no segundo passo os parâmetros estimados usados como variáveis explicativas em regressões *cross section*. Os testes foram procedidos sobre carteiras, de acordo com a metodologia de Fama e French (1993), e aplicados em duas sub-amostras de ações com dados disponíveis na Bovespa no período julho de 1995 a junho de 2006. Os resultados suportaram o modelo 3-Fatores de Fama e French, sem entretanto o fator que capta o efeito *book-to-market* mostrar-se significativo. Dessa forma, indicou-se para predição de retornos esperados no mercado de capitais brasileiro, um modelo que capta o excesso de retorno do mercado e o efeito-tamanho.

Dado que a informação do tamanho da firma é importante para calcular os retornos esperados das ações no mercado de capitais brasileiro, uma questão natural pode ser formulada a respeito: o conhecimento do efeito-tamanho é relevante na previsão do risco total das ações? Espera-se que características das empresas que envolvem os preços das ações trazem informações sobre o risco total que escapam aos betas do mercado. Pensando melhor, a resposta a pergunta acima parece lógica. O preço de uma ação não depende apenas dos fluxos de caixa esperado que fornece, mas também dos retornos esperados que descontam ao presente os fluxos de caixa. Assim, em princípio, um elevado retorno esperado implica em uma elevada taxa de desconto e num baixo preço: a taxa de desconto será mais ou menos elevada dependendo do risco total da ação. Sabendo-se que o risco total de uma empresa pode ser modelado a partir do conhecimento do processo da volatilidade dos retornos de suas ações, tecnicamente formula-se a seguinte hipótese de pesquisa:

H₀: O comportamento e a estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de grande porte são diferentes do comportamento e estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de pequeno porte.

3. Procedimentos Empíricos

Alexander (2005, p.11) discute que ao contrário dos preços, a volatilidade e a correlação não são diretamente observadas no mercado. Elas somente podem ser estimadas no contexto de um modelo. Existem duas abordagens principais para modelar as volatilidades: volatilidade implícita e volatilidade estatística.

A **volatilidade implícita** é a volatilidade do preço do ativo subjacente que está implícita no prêmio de mercado de uma opção de acordo com um particular modelo. A volatilidade implícita é a resposta a seguinte pergunta: qual é a previsão da volatilidade que se deve usar no modelo de modo que o prêmio de mercado e o prêmio do modelo sejam o mesmo? Ela é previsão da volatilidade do processo e não uma estimativa da volatilidade, com horizonte dado pela maturidade da opção (ALEXANDER, 2005, p.23).

A maioria das volatilidades implícitas é baseada na fórmula de Black e Sholes (1973) para as opções européias. O modelo de precificação de *Black-Sholes* estima o prêmio teórico de uma opção como função da volatilidade constante do preço do ativo subjacente e de outras variáveis conhecidas: taxa de juros, maturidade e o preço de exercício. Apesar de Poon e Granger (2003) apontar evidências empíricas que comprovam a melhor performance das volatilidades implícita sobre as volatilidades estatísticas na previsão da volatilidade, Alexander (2005) argumenta que as suposições sobre as quais o modelo *Black-Sholes* estão baseados não se verificam na prática e de tempo em tempo, nos conduz novamente a questões insolúveis e a diferenças irreconciliáveis.

Modelos do tipo *Black-Sholes* baseiam em duas hipóteses: a) os mercados são completos e eficientes livres de arbitragem, desse modo, existe um *hedge* perfeito para qualquer ativo financeiro; e b) os preços dos ativos subjacentes são controlados por um processo de difusão que obedece ao *movimento geométrico browniano* (GBM) com volatilidade constante. Alexander (2005, p.21) coloca que essas hipóteses são simples e fortes, sendo o modelo de *Black-Sholes* somente uma aproximação grosseira da realidade.

Nesse sentido, apesar de existir apenas uma verdadeira volatilidade do processo, diferentes opções (*call* versus *put*, por exemplo) de um mesmo ativo subjacente podem causar diferentes estimativas da volatilidade. Poon (2005) discute quatro implicações para isso: 1) o uso errado da distribuição de probabilidade assumida no modelo não capta fenômenos bem documentados pela literatura financeira, como o das “caudas gordas” e “assimetria a direita” dos retornos; 2) a volatilidade da volatilidade pode ter um prêmio, pois ela é estocástica; 3) muitos modelos são impróprios para opção americana e omitem o pagamento de dividendos

(microestrutura do mercado); e 4) erros de mensuração devido os modelos incluir ausência de arbitragem, custo de transação igual a zero e negociação contínua (tempo contínuo).

Entretanto, talvez a limitação prática mais importante das estimativas das volatilidades implícitas seja o fato de, principalmente em mercados emergentes, não existir um mercado de opções maduro com negociação de todo tipo de ativo financeiro. O mercado de capitais brasileiro evidencia esse aspecto ao mostrar que apenas algumas grandes empresas possuem um mercado de opções de suas ações.

A **volatilidade estatística** está relacionada com a escolha dos modelos estatísticos aplicados aos dados históricos dos retornos dos ativos. Estes geralmente são modelos de séries temporais e podem ser classificados em: modelos de volatilidade constante ou não condicional e modelos de volatilidade variável no tempo ou condicional.

Os modelos de **volatilidade não condicional**, também conhecidos na literatura simplesmente como volatilidade histórica, parte da hipótese de que as séries de retornos dos ativos sejam geradas por um processo estocástico estacionário. Nesses modelos a volatilidade é um número, uma constante para toda a série, e a variação observada, conforme as estimativas das volatilidades são movidas através do tempo, somente pode ser atribuída a erros amostrais. Fazem parte nessa classificação os modelos de média histórica, média móvel e média móvel exponencialmente ponderada. Em todos os modelos o insumo é o desvio-padrão: em dados de baixa frequência (semanal e mensal) ele é calculado pela sua fórmula convencional, e em dados de alta frequência (diários e intradiários) considera-se por hipótese que a média dos n retornos passados seja zero.

Os modelos de volatilidade variável no tempo descrevem o processo da **volatilidade condicional**. De acordo com Alexander (2005, p. 13), “o procedimento para se estimar os parâmetros variáveis no tempo de distribuições condicionais baseia-se em um modelo que qualquer coisa que tenha acontecido no passado não é considerada como uma observação da variável aleatória corrente”. Nesses modelos, os valores atuais são utilizados para se estimar o valor corrente do parâmetro variável no tempo da volatilidade em vez dos valores esperados de informações passadas. Os modelos mais populares variável no tempo são os da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), introduzidos por Engle (1982). O objetivo de tais modelos, como salientam Morettin e Toloí (2004, p.313), é modelar a volatilidade manifestada de várias maneiras numa série financeira:

- a) a volatilidade aparece em grupos, de maior ou menor variabilidade;
- b) a volatilidade evolui continuamente no tempo;
- c) ela reage de modo diferente a valores positivos ou negativos da série (MORETTIN e TOLOI, 2004, p.313).

Inicialmente assume-se uma equação da média, que pode ser um modelo genérico de regressão linear, tal como:

$$y_t = \alpha + \beta X + u_t \quad [2]$$

Onde, y_t é a variável dependente; α é o intercepto de regressão; X é a matriz de variáveis independentes $x_1, x_2, \dots, x_n$; β é a matriz de coeficientes angulares das variáveis independentes; e u_t é o resíduo da regressão em $u_t \sim N(0, \sigma^2)$. Em modelos nos quais as variâncias não são constantes (σ^2) e há presença de heterocedasticidade nos resíduos (σ_t^2), Engle (1982) definiu uma maneira de modelar esta variância, por meio dos seus componentes auto-regressivos, da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = w_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + e_t \quad [3]$$

Onde, w_0 representa o intercepto, com a restrição de que $w_0 > 0$; σ_t^2 é a variância condicional; u_{t-i}^2 é o componente auto-regressivo de ordem p dos resíduos ao quadrado para todo $i > 0$; α_i é o coeficiente do componente auto-regressivo de ordem p , com a restrição que $\alpha_i \geq 0$; e_t é o resíduo que usualmente supõem-se $e_t \sim N(0,1)$. O modelo descrito conjuntamente pelas equações 2 e 3 é um modelo ARCH (p). No caso mais simples, pode-se considerar o modelo ARCH (1)

$$r_t = \mu + u_t \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad [4]$$

$$\sigma_t^2 = w_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + e_t \quad e_t \sim N(0,1) \quad [5]$$

Onde, r_t representa o retorno no período t , e μ a média dos retornos. Alexander (2005) discute que a equação da média deve ser mais simples possível, e se permanecer autocorrelação nos retornos, incluir termos autoregressivos de forma a eliminá-la. Além do mais, devido os fenômenos do excesso de curtose (caudas gordas) e assimetria a direita dos retornos torna-se natural assumir uma distribuição diferente da normal, como a distribuição de *Student*.

Posteriormente, Bollerslev (1986) generalizou o modelo ARCH, permitindo que a volatilidade condicional também fosse explicada pelas suas próprias defasagens, de ordem q , além das p defasagens dos erros quadráticos. O modelo ARCH generalizado (GARCH – *generalized* ARCH) pode ser usado para descrever a volatilidade com menos parâmetros do que um modelo ARCH. Um modelo GARCH (p, q) é definido por

$$r_t = \mu + u_t \quad u_t \sim N(0, \sigma_t^2) \quad [6]$$

$$\sigma_t^2 = w_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i u_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + e_t \quad e_t \sim N(0,1) \quad [7]$$

Nesse modelo σ_{t-q}^2 é a defasagem de ordem q da volatilidade condicional; β_j é o coeficiente do componente GARCH, com a restrição que $\beta_j \geq 0$. Alexander (2005, p. 77) comenta que raramente torna-se necessário usar mais que um modelo GARCH (1,1), sendo esse modelo matematicamente equivalente a um ARCH infinito. Os modelos ARCH não são freqüentemente usados nos mercados financeiros, porque os modelos GARCH simples funcionam muito melhor. O processo GARCH (1,1) é a especificação mais comum dos modelos de volatilidade, pois são relativamente fáceis de serem estimados e, geralmente, apresentam coeficientes robustos que, naturalmente, são interpretados em termos da volatilidade de longo prazo e das dinâmicas de curto prazo (ALEXANDER, 2005, p.79)

No caso do modelo GARCH (1,1), o tamanho dos parâmetros α e β determina as dinâmicas de curto prazo das séries de tempo da volatilidade resultante. Valores grandes do coeficiente β de defasagem indicam que os choques da variância condicional levam um longo tempo para desaparecer, desse modo a volatilidade é “persistente”. Grandes valores α do erro significam que a volatilidade reage muito intensamente aos movimentos do mercado e, desse modo, se o coeficiente alfa é relativamente elevado e o coeficiente beta é relativamente baixo, então as volatilidades tendem a ser mais “reativas”. Alexander (2005, p. 78) coloca que nos mercados financeiros, é muito comum, tendo por base observações diárias, estimar os coeficientes de persistência (β) acima de 0,8 e os coeficientes de reação (α) não mais que 0,2.

A reação das estimativas da volatilidade aos eventos de mercado é estabelecida com uma força que é determinada pelo coeficiente alfa. Independente do que acontece no mercado, se a volatilidade foi elevada ontem, então ela permanece elevada hoje: essa informação é obtida pelo coeficiente beta. Nesses termos, discute-se que uma das aplicações mais úteis

desses modelos encontra-se na geração das previsões das estruturas a termo da volatilidade que convergem para um nível médio de longo prazo conforme a maturidade aumenta. Substituindo-se $\sigma_t^2 = \sigma^2$ para todo t na equação da variância de um modelo GARCH (1,1), obtém-se a expressão da variância do estado estacionário de longo prazo:

$$\sigma^2 = \omega_0 / (1 - \alpha - \beta) \quad [8]$$

Onde, a soma de $\alpha + \beta$ determina a velocidade de convergência ao nível médio de longo prazo (reversão à média), se $\alpha + \beta < 1$. Quanto menor for esse valor, mais rápida é a convergência para a estimativa da volatilidade de longo prazo. Pela relação $1/(1 - \alpha - \beta)$ encontramos a quantidade média em períodos, que a volatilidade leva para retornar ao seu nível de longo prazo. Essa relação também é conhecida como vida média da volatilidade.

Os modelos ARCH e GARCH, aplicados no mercado financeiro, tratam simetricamente os retornos, pois a volatilidade é uma função quadrática dos mesmos. Entretanto, sabe-se que a volatilidade reage de forma assimétrica aos retornos, tendendo a ser maior para os retornos negativos. Em vista dessa limitação, Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) propuseram o modelo TARCH (*threshold* ARCH) como sendo um caso particular do modelo ARCH, onde a volatilidade agora segue a forma funcional

$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_1 u_{t-1}^2 d_{t-1} + e_t \quad e_t \sim N(0,1) \quad [9]$$

$$d_{t-1} = \begin{cases} 1, & \text{se } u_{t-1} < 0 \text{ ("bad news")} \\ 0, & \text{se } u_{t-1} \geq 0 \text{ ("good news")} \end{cases} \quad [10]$$

no caso de um modelo TARCH (1, 1). Se $\gamma_1 \neq 0$, há um impacto de informação assimétrica. Esperamos que $\gamma_1 > 0$ para que “*bad news*” tenha um impacto.

Apesar de serem conhecidos muitos outros modelos GARCH, destacando-se o *Exponential* GARCH (EGARCH), *Assimétrico* GARCH (A-GARCH), *Smooth Transition* GARCH (STGARCH) e *Component* GARCH (CGARCH), buscou-se ajustar os retornos dos índices de empresas grandes e pequenas, por meio dos modelos básicos GARCH e TARCH, principalmente devido a parcimônia, praticidade e facilidade na interpretação da estrutura a termo da volatilidade. Para uma revisão abrangente dos modelos da família ARCH, inclusive sobre os procedimentos mais utilizados para suas estimações, pode-se consultar Poon e Granger (2003), Morettin e Toloi (2004), Alexander (2005) e Poon (2005).

Os índices de empresas de grande porte (IH) e pequeno porte (IS) foram construídos a partir de uma reestruturação do IBrX da Bovespa. Esse índice mede o retorno de uma carteira teórica composta por 100 ações selecionadas entre as mais negociadas na Bovespa, em termos de número de negócios e volume financeiro. No IBrX as ações são ponderadas pelo seu respectivo valor de mercado sendo que na sua metodologia avalia-se o retorno total das ações componentes de sua carteira, ou seja, quando da distribuição de proventos por empresas emissoras de ações pertencentes ao índice, efetuar-se ajustes necessários de modo a assegurar que o índice reflita não somente as variações das cotações da ação, como também o impacto da distribuição dos proventos. A carteira teórica do IBrX tem vigência de quatro meses, vigorando para os períodos de janeiro a abril, maio a agosto e setembro a dezembro. Ao final de cada quadrimestre a carteira teórica do IBrX é reavaliada, utilizando-se os procedimentos e critérios integrantes da metodologia da Bovespa (2007).

Na construção dos índices IS e IH procedeu-se conforme metodologia do IBrX, como disponível na Bovespa (2007), exceto que: 1) a cada quatro meses dividiu-se as 100 empresas em dois grupos de 50: um grupo de empresas com alta capitalização (valor de mercado) e outro com capitalização inferior; 2) o cálculo do retorno diário das ações foi feito através do logaritmo natural dos preços ($\ln(P_t / P_{t-1})$) com ajuste de proventos, inclusive dividendos. As

ações foram ponderadas em cada carteira teórica, IS e IH, pelo seu valor de mercado dentro da carteira teórica e não o que ela representava no índice IBrX.

A primeira interferência no índice IBrX foi com o objetivo de obter dois índices que reflitam a valorização das ações de empresas de grande porte (IH) e pequeno porte (IS). O fato de não considerar o “retorno total” como na metodologia original do IBrX, é porque poder-se-ia correr o risco dos retornos refletirem diversas outras influências (atuais e passadas), como a política de dividendos de cada empresa e inversões de capital no passado. O re-balanceamento do IBrX e a construção dos índices IS e IH começaram em setembro de 2001, com os retornos diários das ações obtidos no banco da Economática®, e terminaram em agosto de 2007. No final, foram totalizadas 1.489 observações de retornos diários para cada índice.

4. Análise dos Resultados

Após reestruturação do índice IBrX e construção dos índice IS e IH analisou-se preliminarmente se ambos apresentavam diferenças substanciais. O Gráfico 1 mostra a evolução desses dois índices, considerando o começo do período, base 100. De acordo com esse gráfico, os dois índices caminharam muito próximos, exceto entre o primeiro trimestre de 2002 e o primeiro trimestre de 2004 onde houve descasamento um pouco mais pronunciado. Ao final de agosto de 2007 o índice IS tinha valorizado 249,46% e o índice IH 273,93%. O IBrX no mesmo período valorizou 473,91%. A diferença substancial na valorização entre os índices construídos e o IBrX dar-se essencialmente, pois esse é um índice de “retorno total”. Ressalta-se que o retorno de todos os índices é calculado considerando capitalização contínua: uso do logaritmo natural da razão dos preços.

De outro lado, o Gráfico 2 apresenta os retornos diários dos índices IS e IH. No gráfico dos retornos, há indícios que as volatilidades dos dois índices são diferentes: o IS não apresenta perfeitamente sobreposto ao IH. Além do mais, o Gráfico 2 mostra alguns agrupamentos de volatilidade ao longo do período em estudo.

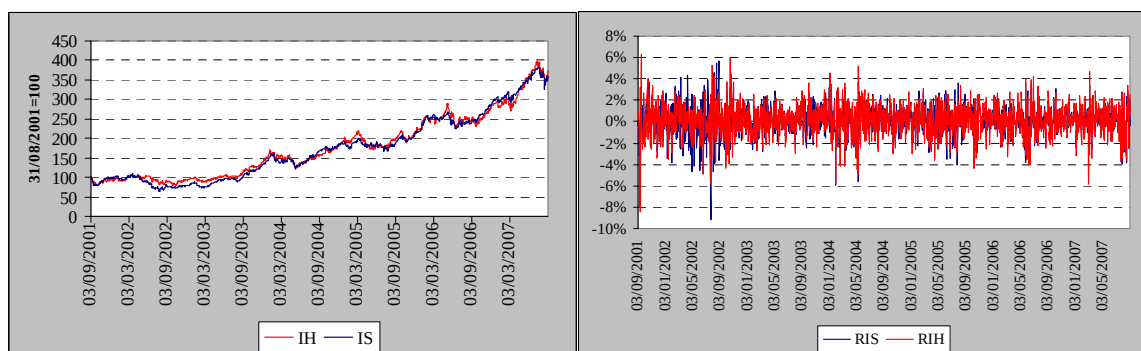


Gráfico 1 – Índice *Small* (IS) e Índice *High* (IH)

Gráfico 2 – Retorno IS e Retorno IH (% a.d.)

A Tabela 1 apresenta algumas estatísticas descritivas dos retornos e testes relevantes para análise da autocorrelação entre os retornos, agrupamentos das volatilidades e “efeito alavancagem”. A média e o desvio-padrão dos retornos são praticamente os mesmos para os dois índices: o IH apresenta um desvio-padrão ligeiramente maior.

Tabela 1
Estatísticas descritivas dos retornos diários e diagnósticos preliminares

Índice	Média (%)	Desvio-Padrão (%)	Assimetria	Excesso de Curtose	Jarque-Bera	Auto correlação	GARCH Autocorrelação	A-GARCH Autocorrelação
IS	0,096	1,410	-0,574	2,613	505,53*	0,033	0,132*	-0,121*
IH	0,100	1,514	-0,386	1,913	264,12*	0,072*	0,125*	-0,119*

O excesso de curtose é obtido subtraindo-se 3 do valor da curtose, de tal forma que a distribuição normal tem excesso de curtose igual a zero. O teste de normalidade dos retornos é procedido a partir da estatística qui-quadrado de Jarque-Bera. Os valores da Autocorrelação, GARCH Autocorrelação, A-GARCH Autocorrelação retornam respectivamente: 1) coeficiente de correlação de primeira ordem dos retornos ; 2) coeficiente de correlação de primeira ordem dos retornos ao quadrado; 3) coeficiente de autocorrelação de primeira ordem entre os retornos defasados e os retornos correntes ao quadrado . O teste relevante dessas medidas é dada pela estatística Q de Ljung e Box – procedeu-se igualmente o teste LM e em geral os resultados foram semelhantes. *Significativo a 1% e **Significativo a 5%.

Os coeficientes de assimetria e excesso de curtose comprovam os fatos estilizados nos mercados financeiros: “assimetria a direita” dos retornos e “caudas gordas”. Adicionalmente a estatística de normalidade Jarque-Bera rejeita significativamente que os retornos são normais. Esses indícios comprovam a necessidade de assumir que os erros da equação da variância provenham de uma distribuição *t* de Student. Ou seja, não se deve assumir no método de máxima verossimilhança que os resíduos provenham de uma distribuição normal e sim uma distribuição com caudas mais gordas.

O teste de autocorrelação dos retornos foi significativo para índice IH e não significativo no índice IS. Esse fato mostra a necessidade de incluir um termo autoregressivo na equação da média para índice IH. O teste GARCH Autocorrelação comprova a hipótese de volatilidade condicional dos retornos em ambos os índices e o teste A-GARCH Autocorrelação, por ser negativo e significativo, evidencia o “efeito alavancagem” também em ambos os índices.

As Tabelas 2 e 3 evidenciam os modelos ajustados para os retornos diários do índice IS e IH. Nessas tabelas são apresentados os parâmetros dos modelos e da estrutura a termo da volatilidade e alguns diagnósticos dos resíduos. Analisando os testes de Autocorrelação e GARCH Autocorrelação dos resíduos nessas tabelas, nota-se que uma defasagem para o termo do erro ao quadrado e da volatilidade condicional nas equações da variância, foi suficiente para eliminar a presença de autocorrelação dos retornos e dos retornos ao quadrado. Ou seja, os modelos básicos GARCH (1,1) e TGARCH (1,1) foram suficientes para explicar o comportamento da volatilidade dos retornos dos índices IS e IH, com ajuste estatístico considerável: nas tabelas todos os parâmetros, exceto um, foram significativos a 1% como evidencia o *t*-estatístico na linha inferior.

Tabela 2
Parâmetros do modelo GARCH (1,1), diagnósticos dos resíduos e informações da estrutura a termo da volatilidade

Índice	Ômega (x10 ⁻⁵)	Alfa	Beta	Alfa + Beta	Auto correlação	GARCH Autocorrelação	SIC	Volatilidade 1 dia (%a.a)	Volatilidade Longo Prazo (%a.a)	Vida Média (dias)
IS	0,437 (2,895)*	0,086 (4,727)*	0,893 (43,23)*	0,979	0,032	-0,023	-5,839	27,280	22,534	46,527
IH	0,997 (2,743)*	0,065 (4,001)*	0,888 (31,94)*	0,953	-0,016	0,001	-5,622	28,028	23,004	21,238

Ômega, Alfa e Beta representam os parâmetros da equação da variância do modelo GARCH (1,1) e os valores entre parênteses, logo abaixo, seus respectivos *t*-estatísticos. Alfa traduz a reação da volatilidade a movimentos no mercado. Beta revela o fator persistência da volatilidade, e Alfa + Beta representa a velocidade de convergência para o nível da volatilidade de longo prazo. Na equação da média do índice IS não foi necessário incluir um termo autoregressivo para eliminar a autocorrelação dos resíduos: para o índice IH tornou-se necessário. Os valores da Autocorrelação e GARCH Autocorrelação retornam respectivamente: 1) o coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos do modelo ; 2) coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos ao quadrado do modelo. O teste relevante dessas medidas é dado pela estatística Q de Ljung e Box. SIC significa Critério de Informação de Schwarz. A volatilidade de 1 dia é estimada através da equação do modelo um passo a frente. A volatilidade de longo prazo é calculada através dos parâmetros do modelo: $\text{Ômega}/(1 - \text{Alfa} - \text{Beta})$. A vida média é calculada pela fórmula Vida Média = $1/(1 - \text{Alfa} - \text{Beta})$. Os valores das volatilidades representam os desvios-padrão anualizados, ou seja, a partir da estimativa da variância calcula-se sua raiz quadrada e multiplica pelo fator $100\sqrt{250}$. Os modelos foram estimados com uso do Eviews

5.0, a partir do método de máxima verossimilhança e do algoritmo BHHH, e assumindo uma distribuição *Student* dos resíduos. *Significativo a 1% e **Significativo a 5%.

Analisando os resultados da Tabela 2 temos as seguintes conclusões: 1) o valor do alfa para o índice IS é maior do que para o índice IH, indicando que o índice IS é mais reativo ao mercado do que o índice IH; 2) o coeficiente beta é muito parecido para os dois índices, de forma a concluir que a persistência da volatilidade é praticamente igual nos dois índices; 3) quando compara a soma dos coeficientes alfa + beta, fator que traduz a velocidade de convergência da volatilidade para o nível de longo prazo, nota-se que o índice IH é mais rápido em convergir do que o índice IS; 4) como consequência do resultado anterior, a vida média da volatilidade do índice IS é maior do que o índice IH; 5) as volatilidades de curto e longo prazo dos índices são muito parecidas, sendo o nível das volatilidades de curto prazo superior a de longo prazo. Esse último resultado indica que o período de estimativa da volatilidade pelos modelos foi ligeiramente turbulento, tendendo a ser mais estável no futuro.

Ao comparar os resultados da Tabela 3 temos alguns fatos muito interessantes: 1) sendo o valor do coeficiente da *dummy* maior no modelo do índice IH do que no índice IS, o efeito alavancagem é muito mais pronunciado naquele; 2) ao analisar a significância do coeficiente alfa e da *dummy*, apenas os retornos negativos parecem ser suficientes para explicar a volatilidade o índice IH, o que não acontece no índice IS; 3) os valores dos coeficientes beta do modelo GARCH (1,1) para o modelo TGARCH (1,1) alteraram ligeiramente, de forma a evidenciar que a persistência do índice IS é um pouco maior do que o índice IH; 4) a velocidade de convergência do índice IH permanece maior do que o índice IS, ressaltando o fato que a soma dos parâmetros do modelo para o índice IS fica aproximadamente igual a um. Esse último resultado pode indicar que a série do índice IS é integrada (estacionária) sem uma volatilidade de longo prazo.

Tabela 3
Parâmetros do modelo TGARCH (1,1), diagnósticos dos resíduos e previsão da volatilidade de curto prazo

Índice	Ômega ($\times 10^{-5}$)	Alfa	Beta	Dummy	Alfa + Beta + Dummy	Auto correlação	GARCH Autocorrelação	SIC	Volatilidade 1 dia (%a.a)
IS	0,520 (3,325)*	0,051 (2,483)**	0,891 (43,32)*	0,054 (2,247)**	0,997	0,033	-0,025	-5,838	26,867
IH	1,397 (3,656)*	0,000 (-0,015)	0,878 (31,89)*	0,104 (3,900)*	0,982	-0,014	-0,015	-5,630	25,289

Ômega, Alfa, Beta e *Dummy* representam os parâmetros da equação da variância do modelo TGARCH (1,1) e os valores entre parênteses, logo abaixo, seus respectivos *t*-estatísticos. Alfa traduz a reação da volatilidade a movimentos no mercado. Beta revela o fator persistência da volatilidade. *Dummy* é o parâmetro do “efeito alavancagem”. Alfa + Beta + *Dummy* representa a velocidade de convergência para o nível da volatilidade de longo prazo. Na equação da média do índice IS não foi necessário incluir um termo autoregressivo para eliminar a autocorrelação dos resíduos: para o índice IH tornou-se necessário. Os valores da Autocorrelação e GARCH Autocorrelação retornam respectivamente: 1) o coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos do modelo; e 2) o coeficiente de correlação de primeira ordem dos resíduos do modelo ao quadrado. O teste relevante dessas medidas é dado pela estatística *Q* de Ljung e Box. SIC significa Critério de Informação de Schwarz. A volatilidade de 1 dia é estimada através da equação do modelo um passo a frente. O valor da volatilidade representa o desvio-padrão anualizado, ou seja, a partir da estimativa da variância calcula-se sua raiz quadrada e multiplica pelo fator $100\sqrt{250}$. Como o processo da volatilidade nesse modelo torna-se quase integrado, ou seja, Alfa + Beta + *Dummy* $\cong 1$, o cálculo da velocidade de longo prazo e a vida média através dos parâmetros do modelo não são confiáveis. Os modelos foram estimados com uso do Eviews 5.0, a partir do método de máxima verossimilhança e do algoritmo BHHH, e assumindo uma distribuição *Student* dos resíduos. *Significativo a 1% e **Significativo a 5%.

Nos Gráficos 5 e 6 são apresentadas as estruturas a termo da volatilidade dos índices IS e IH construídas a partir dos modelos GARCH (1,1) e TARCH (1,1). A volatilidade nesse

gráfico é estimada 250 passos à frente de forma iterativa. De uma forma geral, esses gráficos ilustram os achados obtidos com análise dos parâmetros dos modelos, de forma a destacar: 1) em ambos os modelos o índice IH converge mais rapidamente para o nível da volatilidade de longo prazo, no modelo GARCH (1,1), por exemplo, essa convergência dar-se em 75 dias, enquanto o índice IS converge depois de 125 dias; 2) o modelo TARCH (1,1) torna mais nítida a diferença na estrutura a termo da volatilidade dos dois índices; e 3) o nível da volatilidade de longo prazo do IH é ligeiramente maior.

Acrescenta-se que essa pesquisa foi procedida com outros tipos de distribuição dos resíduos, Normal e *Generalized Error Distribution – GED*, e com outro modelo assimétrico, *EGARCH*. Os resultados foram consistentes independentes do tipo de distribuição assumida e no caso do modelo EGARCH, semelhantes ao modelo TARCH. A partir dos resultados apresentados nessa seção podemos aceitar a hipótese levantada na revisão da literatura: o comportamento e a estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de grande porte são diferentes do comportamento e estrutura a termo da volatilidade das ações de empresas de pequeno porte.

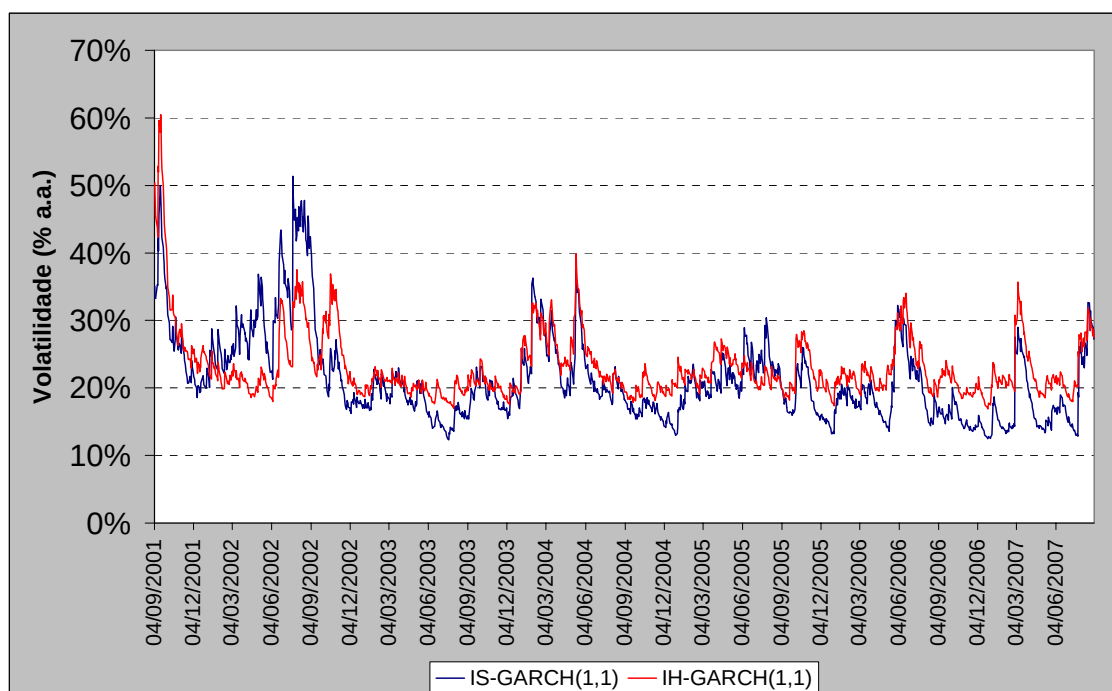


Gráfico 3 – Comportamento da volatilidade das empresas de baixa capitalização (IS) e alta capitalização (IH) no período 04/09/2001 a 31/08/2007 – Modelo GARCH (1,1).

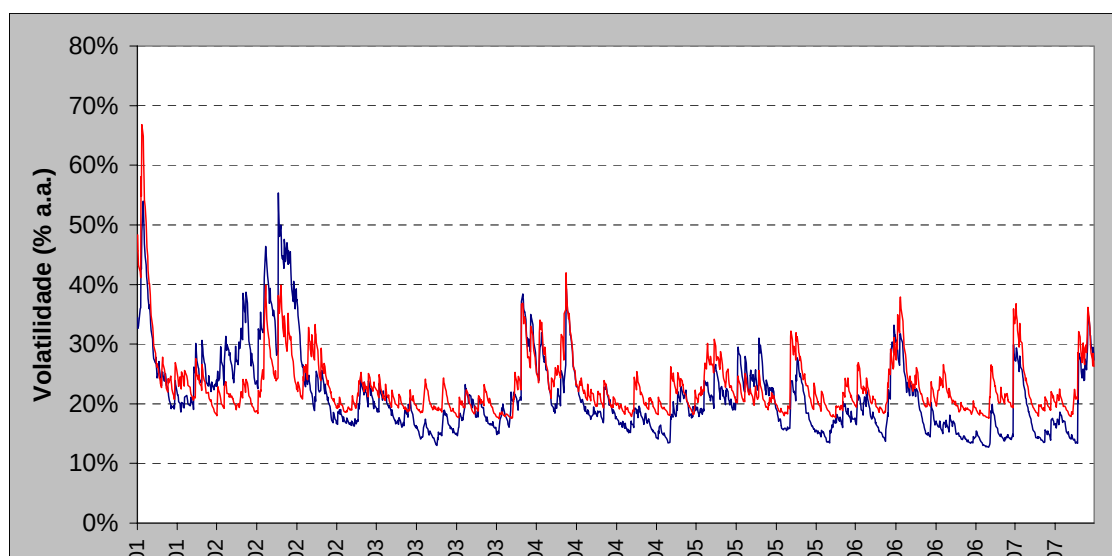


Gráfico 4 – Comportamento da volatilidade das empresas de baixa capitalização (IS) e alta capitalização (IH) no período 04/09/2001 a 31/08/2007 – Modelo TGARCH (1,1).

5. Conclusão

De forma geral, os resultados dessa pesquisa apontaram que:

- 1) empresas de pequeno porte são mais reativas ao mercado do que as empresas de grande porte;
- 2) o efeito alavancagem/assimetria é mais pronunciado em empresas de grande porte;
- 3) a persistência da volatilidade parece não diferir muito entre empresas de grande porte e pequeno porte;
- 4) a velocidade de convergência da volatilidade para o nível de longo prazo é mais rápida em empresas de grande porte, sendo em consequência, a vida média da volatilidade das empresas de pequeno porte maior;
- 5) as volatilidades de curto e longo prazo das empresas de pequeno porte e grande porte são muito parecidas, sendo o nível das volatilidades de curto prazo superior a de longo prazo.

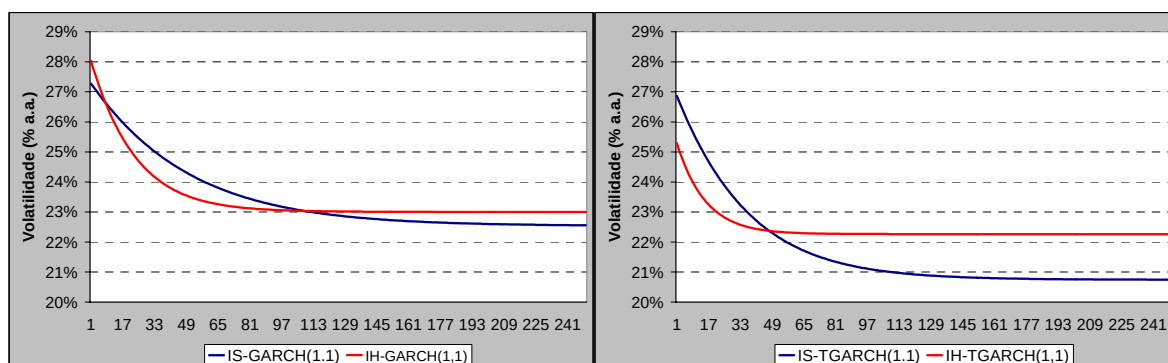


Gráfico 5 – Estrutura a termo das volatilidades dos índices IS e IH – Modelo GARCH (1,1)

Gráfico 6 – Estrutura a termo das volatilidades dos índices IS e IH – Modelo TGARCH (1,1)

Os resultados estatisticamente mais contundentes foram os itens um e dois acima, sendo suas justificativas até certo ponto intuitivas. Empresas menores em geral apresentam menor economia de escala, pior imagem perante o público, dificuldades de acesso ao crédito, menor poder de monopólio, e diversos outros fatores que as tornam menos atraentes perante os investidores e assim mais arriscadas. Nesse sentido, as empresas de pequeno porte são mais expostas aos movimentos de mercado do que as empresas de grande porte. Empresas de grande porte, por terem maior credibilidade, reagem menos intensamente aos movimentos do mercado.

Uma das razões para o efeito alavancagem pode ser encontrada no fato que, quando os preços caem, o passivo da empresa permanece constante no curto prazo, fazendo que a

razão passivo/patrimônio aumente. A empresa se torna muito mais alavancada e, portanto, seu futuro se torna mais incerto: o preço da ação torna-se mais volátil. Sobre essa perspectiva esperaríamos o contrário do que foi encontrado nessa pesquisa: empresas de pequeno porte possuíam efeito alavancagem mais pronunciado, pois em “tese” são mais endividadas e com maior dificuldade de acesso ao crédito.

Entretanto, outra justificativa pode emergir. Empresas de grande porte, por serem mais “públicas” e estarem em constante evidência na mídia, são mais transparentes nas informações do que empresas de pequeno porte. Dessa forma, os investidores ao formarem suas expectativas já descontam o fato de possuir menos informações das empresas pequenas, e assim, uma informação negativa não antecipada pelo mercado, impacta relativamente com maior intensidade empresas grandes do que empresas pequenas. Corroborando essa justificativa, reside o fato de encontrarmos maior velocidade de convergência da volatilidade para nível de longo prazo em empresas de grande porte: por serem mais transparentes e com maior credibilidade, as informações negativas, mesmo com maior impacto relativo, são absorvidas mais rapidamente pelo mercado do que nas empresas de pequeno porte.

Em linhas gerais, esse trabalho adiciona às evidências empíricas que têm comprovado a importância do tamanho da firma para calcular os retornos esperados das ações no mercado de capitais brasileiro, informações da relevância do efeito-tamanho sobre o comportamento e estrutura a termo da volatilidade. Assim, em termos práticos, esse estudo corrobora a importância da informação do tamanho da empresa para o conhecimento do comportamento da volatilidade, necessário em algumas funções financeiras, como nas decisões de investimentos, precificação de títulos e gerenciamento de risco. No gerenciamento de risco, por exemplo, nossos achados indicam possibilidades de incorporar o efeito-tamanho no cálculo do VAR.

6. Referências Bibliográficas

ALEXANDER, C. *Modelos de mercado: um guia para a análise de informações financeiras*. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005.

BANZ, R. W. The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, v. 9, n. 1, p.3-18, 1981.

BASU, S. Investment performance of common stocks in relation to their price-earnings ratios: a test of the efficient market hypothesis. *Journal of Finance*, v. 12, n. 3, p. 129-56, 1977.

BLACH, F; SHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economics*, v. 81, p. 637-654, may./june, 1973.

BOLLERSLEV, S. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, v.31, p.307-328, 1986.

BOLSA DE VALORES DE SÃO PAULO. *Metodologia de Cálculo do IBrX*. São Paulo: Bovespa, 2007. Disponível em: <<http://www.bovespa.com.br>> Acesso em: 20/11/2007.

COSTA JR., N. C. A.; NEVES, M. B. E. Variáveis fundamentalistas e os retornos das ações. In: XXII Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação em Administração (ENANAP), 1998, Rio de Janeiro. *Anais ...* Rio de Janeiro: ANPAD, 1998 (CD-ROM).

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of U.K. inflation. *Econometrica*, n.50, p.987-1008, 1982.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Common risk factors in the returns on stocks e bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, p. 3-56, 1993.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Multifactor explanations of Asset Pricing anomalies. *Journal of Finance*, v. 51, n. 1, p. 55-84, Mar. 1996.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. O modelo de precificação de ativos de capital: teoria e evidências. *Revista de Administração de Empresas (RAE)*, v. 47, n. 2, p. 103-118, abr./jun. 2007.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Value versus growth: the international evidence. *Journal of Finance*, v. 53, n. 6, p.1975-1999, 1998.

GLOSTEN, L.; JAGANNATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, v. 48, pp. 1779-1801, 1993.

GRINBLATT, M.; TITMAN, S. *Mercados Financeiros e Estratégia Corporativa*. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2005.

LINTNER, J. The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*. v.47, p. 13-37, Fev. 1965.

LUCENA, P.; PINTO, A. C. F. Estudo de anomalias no mercado brasileiro de ações através de uma modificação no modelo de Fama e French. XXIX Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação em Administração (ENANAP), 2005, Brasília. *Anais ...* Rio de Janeiro: ANPAD, 2005 (CD-ROM).

MALAGA, F. K.; SECURATO, J. R. Aplicação do modelo de três fatores de Fama e French no mercado acionário brasileiro: um estudo empírico no período 1995-2003. In: XXVIII Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação em Administração (ENANAP), 2004, Curitiba. *Anais ...* Rio de Janeiro: ANPAD, 2004 (CD-ROM).

MELLONE JÚNIOR, G. Evidência empírica da relação *cross-section* entre o retorno e *earnings to price ratio* e *book to market ratio* no mercado de ações do Brasil no período de 1995 a 1998. XXIII Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação em Administração (ENANAP), 1999, Foz do Iguaçu. *Anais ...* Rio de Janeiro: ANPAD, 1999 (CD-ROM).

MORETTIN, P. A; TOLOI, C. M. C. *Análise de series temporais*. São Paulo: Edgard Blücher, 2004.

POON, S. *A practical guide to forecasting financial market volatility*. Southern Gate, England: John Wiley & Sons, 2005.

POON, S.; GRANGER, C. W. J. Forecasting volatility in financial markets: a review. *Journal of Economic Literature*, v. 41, n. 2, p. 478-539, jun. 2003.

RODRIGUES, M. R. A. O efeito valor, o efeito-tamanho e o modelo multifatorial: evidências do caso brasileiro. In: XXIV Encontro da Associação Nacional de Pós-Graduação em Administração (ENANAP), 2000, Florianópolis. *Anais ...* Rio de Janeiro: ANPAD, 2000 (CD-ROM).

RODRIGUES, M. R. A.; LEAL, R. P. C. The three factor Fama and French model in Brazil. In: Business Association of Latin American Studies (BALAS) Annual Conference, 2003, San Antonio USA. *Anais...* University of San Antonio, 2003 (CD-ROM).

ROGERS, P.; SECURATO, J. R. Comparative Study of CAPM, Fama and French Model and Reward Beta Approach in Brazilian Market. *Social Science Research Corporate Network (SSRN)*, Working Paper Series, November 2007. Disponível em: <http://ssrn.com/abstract=1027134>. Acesso em 13/11/2007.

SANTOS, J. O.; FAMÁ, R. MUSSA, A. A adição do fator de risco momento ao modelo de precificação de ativos dos três fatores de Fama & French aplicado ao mercado acionário brasileiro. In: VII Congresso USP de Controladoria e Contabilidade, 2007, São Paulo. *Anais ...* São Paulo: FEA/USP, 2007 (CD-ROM).

SHARPE, W. F. Capital Assets prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, v.19, p.425-442, Set. 1964.